

Schema di scomposizione di polinomi utilizzando i prodotti notevoli

Scomporre polinomi in fattori ha diverse applicazioni. Abbiamo visto a lezione come l'applicazione principale sia, utilizzando la *legge di annullamento del prodotto*, risolvere equazioni di grado superiore al primo riducendole a equazioni di primo grado. Vedremo meglio l'anno prossimo questo aspetto. Sappi comunque che è un'attività importante.

Per prima cosa devi verificare se è possibile fare un **raccoglimento a fattore comune** o **raccoglimento totale** (posso nascere veri ERRORI dal saltare questo passaggio!), cioè *l'inversa* della **proprietà distributiva**.

Dopodiché devi contare i **termini** ed osservare gli **esponenti** per verificare se il polinomio che devi scomporre è uno dei seguenti tipi di polinomio, oppure no.

Per convincerti della *validità* di ogni *tecnica di scomposizione* proposta, puoi fare la *prova* effettuando il **calcolo** (cioè andando a verificare che l'uguaglianza è vera "da destra verso sinistra"; certo, dovrai saper applicare molto bene le *proprietà delle potenze!*).

Le lettere maiuscole indicano monomi (anche con parte numerica) o polinomi.

Binomio con termini di grado pari

Differenza di quadrati	Somma di quadrati
$A^{2n} - B^{2p} = (A^n - B^p) \cdot (A^n + B^p)$	Non si scompone!!
ES $x^{12} - y^{10} = (x^6 - y^5) \cdot (x^6 + y^5)$	$x^{12} + y^{10}$ resta così

Binomio con termini di grado multiplo di 3

Somma (algebraica) di cubi
$A^{3n} + B^{3p} = (A^n + B^p) \cdot (A^{2n} - A^n B^p + B^{2p})$
$A^{3n} - B^{3p} = (A^n - B^p) \cdot (A^{2n} + A^n B^p + B^{2p})$
ES1 $x^{12} + y^9 = (x^4 + y^3) \cdot (x^8 - x^4 y^3 + y^6)$
ES2 $x^{12} - y^9 = (x^4 - y^3) \cdot (x^8 + x^4 y^3 + y^6)$

Trinomi

Quadrato di binomio	Trinomio particolare (solo grado 2 e a=1)
$A^{2n} + 2A^n B^p + B^{2p} = (A^n + B^p)^2$ $A^{2n} - 2A^n B^p + B^{2p} = (A^n - B^p)^2$	$x^2 + s \cdot x + p = (x + \alpha) \cdot (x + \beta)$ Dove: $(\alpha + \beta) = s$; $(\alpha \cdot \beta) = p$
ES1 $x^{12} + 2x^6 y^5 + y^{10} = (x^6 + y^5)^2$	ES1 $x^2 - 3x - 4 = (x - 4) \cdot (x + 1)$
ES2 $x^{12} - 2x^6 y^5 + y^{10} = (x^6 - y^5)^2$	ES2 $x^2 + 2x - 15 = (x - 3) \cdot (x + 5)$

Per decidere se un trinomio è il quadrato di un binomio, si deve vedere se ci sono due termini che possono essere considerati quadrati di qualcosa (*candidati quadrati*). Poi si deve verificare se il terzo termine è il *doppio prodotto delle basi* dei candidati quadrati.

CONTRES $x^2 + x \cdot y + y^2$ il **falso quadrato** (come nel quadrato, ci sono due termini con esponenti pari ma il terzo termine è il prodotto semplice delle basi dei primi due e non

il doppio prodotto) di grado 2 **non si scompone**. Abbiamo visto a lezione come falsi quadrati con grado superiore al secondo possano essere scomponibili: ne ripareremo l'anno prossimo.

Quadrinomi

Cubo di binomio	Raccoglimento Parziale
$A^{3n} + 3A^{2n}B^p + 3A^nB^{2p} + B^{3p} = (A^n + B^p)^3$ $A^{3n} - 3A^{2n}B^p + 3A^nB^{2p} - B^{3p} = (A^n - B^p)^3$	Se i termini hanno <u>a due a due un fattore comune</u> e se, raccogliendo questi fattori comuni, <u>restano fattori identici nei due addendi che ne derivano</u> , di questi addendi si può fare un raccoglimento totale. Tutta la procedura si chiama Raccoglimento Parziale.
ES1 $8x^{12} + 36x^8y^3 + 54x^4y^6 + 27y^9 = (2x^4 + 3y^3)^3$ ES2 $8x^{12} - 36x^8y^3 + 54x^4y^6 - 27y^9 = (2x^4 - 3y^3)^3$	ES $8x^{12} + 20x^3y^3 + 6x^4y^3 + 15y^3 =$ $= 4x^3(2x^4 + 5y^3) + 3y^3(2x^4 + 5y^3) =$ $(2x^4 + 5y^3)(4x^3 + 3y^3)$

ESERCIZI

Ovviamente l'attività di scomposizione di polinomi richiede di sviluppare un certo occhio. Al di là del seguire questo schema infatti devi allenarti abbastanza da distinguere una tipologia di polinomio dall'altra...

Qui di seguito ti rimetto esercizi già dati a lezione. Ricorda che devi andare avanti a scomporre finché non giungi a polinomi non scomponibili. Cioè: polinomi di primo grado, somme di quadrati, falsi quadrati o polinomi che non presentano nessuna delle caratteristiche sopra indicate.

1. Applicando le proprietà delle potenze, e le conoscenze sui prodotti notevoli che hai acquisito di recente, **fai i seguenti calcoli** (osserva attentamente se si possono fare scomposizioni, per facilitare i calcoli). Cerca comunque il modo più rapido possibile.

a. $(2a^3 - 3a^2 - 5a)^2 =$

b. $(2x - 3y)^3 \cdot (2x + 3y)^3 =$

c. $(2a^2 - 2a + 1) \cdot (2a^2 + 2a - 1) =$

2. **Scomponi i seguenti polinomi nel prodotto di polinomi non ulteriormente scomponibili**

a. $x^6y^6 - y^6 =$

b. $144a^4 + 144a^2 + 9 - 288a^3 + 72a^2 - 72a =$

c. $64 \cdot x^6 - 48 \cdot x^4 + 12x^2 - 1 =$

d. $60a^2x^2 + 15b^2x^2 - 40a^2 - 10b^2 =$

e. $27x^3 - 54x^2 + 36x - 8 =$

f. $16x^4 - 32x^3 + 16x^2 + 8x^2 - 8x + 1 =$

g. $a^6x^6 - 64a^6 =$