Equazioni intere di primo grado in un'incognita.

- **Cos'è** un'**equazione**? Un'equazione è un'***"uguaglianza"*** in cui sono presenti ***valori conosciuti*** (numeri o lettere) e ***valori sconosciuti*** (***incognite***, generalmente indicate con le ultime lettere dell'alfabeto: *x, y, z*). **ES**: $5 \cdot x+1=3 \cdot x-2$. Le espressioni a *sinistra* e a *destra* dell'uguale si chiamano **membri** dell'equazione. Nell'esempio sopra "$5 \cdot x+1$" è il ***primo membro*** e "$3 \cdot x-2$" è il ***secondo membro*** dell'equazione: $5 \cdot x+1=3 \cdot x-2$.

- Ma perché ho scritto "uguaglianza" con le virgolette? Perché quando pensiamo a due cose uguali pensiamo a quello che in matematica si chiama un'**identità**, cioè a due membri che siano uguali in tutto e per tutto. Nel caso delle **equazioni** invece i due membri possono essere anche molto differenti (come nell'esempio sopra) e DIVENTARE uguali solo se sostituiamo il valore **giusto** al posto dell'***incognita***!. Per aiutarci a capire possiamo ricorrere all'immagine della bilancia a bracci uguali in equilibrio. La bilancia, per stare in equilibrio, deve avere sui due piatti oggetti di **massa uguale** che però possono avere anche forma molto differente!

A che **servono** le **equazioni**? A risolvere **problemi** che non è possibile risolvere direttamente. Abbiamo già iniziato a vedere che TRADURRE un problema in un'equazione non è una faccenda banale. Ci prenderemo il tempo necessario! Per ora fissiamo le idee riguardo al metodo di risoluzione di **equazioni intere di primo grado in un'incognita**. Cominciamo con il dare il nome giusto alle cose!

- I valori conosciuti che non moltiplicano nessuna ***incognita*** si chiamano **TERMINI NOTI** (1 e 3, nell'esempio di prima); i valori conosciuti che moltiplicano le ***incognite*** si chiamano **COEFFICIENTI** – da *cum efficio* = *lavoro insieme*: aiutanti! – (5 e 3 nell'esempio).

- Quand'è che un'**equazione** si definisce **intera**? Quando NON ci sono ***incognite*** al denominatore di una qualche **frazione**. Se c'è anche una sola incognita al denominatore di una frazione, l'equazione si chiama: **FRATTA**.
  - **ES** di **equazione intera**: $\frac{1}{2} \cdot x - 7 = \frac{7}{3} \cdot x^2 + 3$. **ES** di ***equazione fratta***: $\frac{1}{x+2} - 7 \cdot x = 0$.

- Che significa ***risolvere*** un'**equazione**? Cercare, se ci sono, i valori che, sostituiti al posto delle incognite, *confermano* come vera l'uguaglianza. Questi valori, se ci sono, si chiamano **SOLUZIONI** o **RADICI** dell'equazione.
  - Per trovare, se ci sono, questi ***valori***, ci si comporta fino all'ultimo passaggio come se l'uguaglianza fosse già vera! Effettuando i *calcoli* con le ***incognite*** e trattandole come fossero numeri o, comunque, termini conosciuti!

- Cos'è un'**equazione** a **un'incognita?** Un'**equazione** in cui compare **una sola *incognita***.
  - Attenzione però: questo valore può comparire con **esponenti** differenti. **ES** $3 \cdot x^2 + 4 \cdot x - 7=0$ [due **soluzioni**! $x_1=1$ e $x_2=(-7/3)$. Controlla che siano effettivamente **soluzioni**].
  - **ES** di **equazione** in **due *incognite***: $3 \cdot x+5 \cdot y=1$ (mi rendo conto che è un po' astratto...)

- Come si riconosce il **grado di un'equazione?** Il **grado** di un'equazione a un'incognita è l'**esponente** *più alto* fra quelli dell'incognita. **ES** $3 \cdot x^2 + 4 \cdot x - 7 =0$ è un'**equazione** di ***II* grado**.

Come RISOLVI un'equazione intera di primo grado in un'incognita? Devi trasformarla in ***equazioni equivalenti*** (cioè che abbiano stessa soluzione) finché non otterrai che al *primo membro* resti la ***x*** da sola, e al *secondo membro* un **numero**.

- Quand'è che **due equazioni** sono **equivalenti?** Quando hanno le **stesse soluzioni**:
  - o **ES** $x + 1 = 4$ e $2 \cdot x - 3 = 3$ hanno entrambe **soluzione** $x = 3$, perciò sono **equivalenti**.
- Come fai a trasformare un'**equazione data** in un'**equazione equivalente**? Effettuando **operazioni** uguali sui due membri dell'equazione (proprio come, per far restare in equilibrio una bilancia a bracci uguali che è in equilibrio, dovresti togliere o aggiungere dai due piatti oggetti con la stessa massa!).
  - o **primo principio di equivalenza** (pag. 394): se *aggiungi* un **numero intero** al primo membro, dovrai aggiungere lo stesso **numero intero** al secondo membro.
  - o **secondo principio di equivalenza** (pag. 395): se moltiplichi per un **numero razionale** (frazione) il primo membro, dovrei moltiplicare per lo stesso numero razionale il secondo membro.

Risoluzione di un'equazione in forma canonica (al II membro c'è lo 0)**:** $a \cdot x + b = 0$

RICORDA: vuoi arrivare ad avere un'equazione equivalente in cui, al primo membro ci sia la ***x*** da sola e al secondo membro un valore noto (che può essere scritto con numeri o lettere).

Per "levare dai piedi" il **termine noto**: ***b***, che è addizionato, devi ***aggiungergli** il suo **opposto*** (se e solo se due numeri sono **opposti** la loro somma algebrica è 0). Se fai quest'operazione al *primo membro*, dovrai farla anche al *secondo*:

1) $a \cdot x + b - b = 0 - b \quad \rightarrow \quad a \cdot x = -b$

Quel che "appare" è che ***b*** passi dal *primo* al *secondo membro* con il **segno cambiato**.

Resta ora da *far fuori* il **coefficiente** *a* di ***x***. Poiché è un *fattore*, "farlo fuori" significa farlo diventare: 1. Il numero per il quale ***moltiplicarlo*** è quindi il suo ***inverso*** (se e solo se due numeri sono **inversi** il loro prodotto è 1). Al solito, se fai quest'operazione al *primo membro*, dovrai farla anche al *secondo*:

2) $(1/a) \cdot a \cdot x = -b \cdot (1/a) \quad \rightarrow \quad x = -b/a$

Quel che "appare" è che *a* passi dal *primo* al *secondo membro* **ribaltato** (il segno non cambia!).

Per verificare che $-b/a$ sia soluzione, sostituiscilo al posto di *x* e vedrai che verrà un'**identità** (vedi sul libro a pag. 389). In questo caso: 0=0.

- **Risoluzione di un'equazione del tipo:** $4x - 5 = 2x + 3$

Per risolvere un'equazione del genere, dovrai portare tutti i termini con la *x* al primo membro e tutti i *termini noti* al secondo (procedendo come nel punto ***1***) e poi procedere come al punto ***2***.

1) $4 \cdot x - 2 \cdot x = +5 + 3 \rightarrow 2 \cdot x = 8$ ***2)*** $x = 8/2 \rightarrow x = 4$

Equazioni impossibili e indeterminate: Se all'ultimo passaggio ottieni: $0 \cdot x = 0$, o comunque un'**identità**, l'equazione ammette ***infinite soluzioni*** (perché qualunque numero metti al posto di x l'uguaglianza resta vera!) e perciò si dice **INDETERMINATA**. Se all'ultimo passaggio ottieni: $0 \cdot x = b$, $b \neq 0$, o comunque un'uguaglianza FALSA, l'equazione non ammette ***nessuna soluzione*** (perché non c'è nessun valore che messo al posto di x renda vera l'uguaglianza!) e si dice **IMPOSSIBILE**.