Temperatura di equilibrio

Avendo due masse, $\mathbf{m_1}$ ed $\mathbf{m_2}$, tali che la temperatura della prima è maggiore della temperatura della seconda ($\mathbf{T_1} > \mathbf{T_2}$), voglio scoprire, una volta mescolate fra loro (oppure dopo averle poste a contatto) in un contenitore a diabatico, qual è la **temperatura di equilibrio** che raggiungeranno.

Analizzo perciò cosa accade, a livello macroscopico, quando mescolo le due sostanze (o le pongo a contatto) nel contenitore adiabatico. So che s'innesca un passaggio di calore da $\mathbf{m_1}$, che è a temperatura maggiore, a $\mathbf{m_2}$. e che questo passaggio non cesserà finché il sistema non raggiungerà la temperatura d'equilibrio, intermedia fra $\mathbf{T_1}$ e $\mathbf{T_2}$.

Consapevole che il linguaggio che utilizzerò non è del tutto corretto - perché presenta forti residui del tempo in cui il calore era ritenuto una sostanza - posso stabilire che $\mathbf{m_1}$ *cede* calore a $\mathbf{m_2}$ ($\mathbf{Q_{ced}}$).perciò scende di temperatura ($\mathbf{T_f < T_1}$), mentre $\mathbf{m_2}$ acquista calore da $\mathbf{m_1}$ ($\mathbf{Q_{ass}}$), perciò sale di temperatura ($\mathbf{T_f > T_2}$). Ma non ho scritto a caso T_f in entrambi casi, perché la temperatura finale di questo processo di scambio di calore è uguale per tutte e due le masse e coincide proprio con la temperatura d'equilibrio che sto cercando $\mathbf{T_f} = \mathbf{T_e}$.

Dalla formula che lega calore e variazione di temperatura, $Q = c\ m\ (\mathbf{T_f}-\mathbf{T_i})$ ne ricavo che: $\mathbf{Q_{ced} < 0}$, perché $\mathbf{T_f}-\mathbf{T_i} <0$, mentre $\mathbf{Q_{ass} > 0}$ perché $\mathbf{T_f}-\mathbf{T_i} >0$.

Ma per la legge di conservazione dell'energia, poiché il sistema è isolato (contenitore adiabatico), il modulo del calore assorbito dev'essere uguale al modulo del calore ceduto. Se hanno segni opposti ma moduli uguali allora $\mathbf{Q_{ass} = - Q_{ced}}$ oppure, è equivalente: $\mathbf{Q_{ced}} + \mathbf{Q_{ass}} = 0$.

Per raggiungere lo scopo che ci siamo prefissi all'inizio, utilizziamo il ragionamento fatto per scrivere un'equazione in cui l'unica incognita sia quello che cerchiamo, e cioè $\mathbf{T_e}$: $c_2 \cdot m_2 \cdot (\mathbf{T_e} - T_2) = -c_1 \cdot m_1 \cdot (\mathbf{T_e} - T_1)$. Oppure: $c_2 \cdot m_2 \cdot (\mathbf{T_e} - T_2) + c_1 \cdot m_1 \cdot (\mathbf{T_e} - T_1) = 0$

Per esplicitare l' incognita Te devo prima svolgere un po' di conti e poi raccogliere a fattor comune $\mathbf{T_e}$: $c_2 \cdot m_2 \cdot \mathbf{T_e} - c_2 \cdot m_2 \cdot T_2 + c_1 \cdot m_1 \cdot \mathbf{T_e} - c_1 \cdot m_1 \cdot T_1 = 0$

$$c_2 \cdot m_2 \cdot \mathbf{T_e} + c_1 \cdot m_1 \cdot \mathbf{T_e} - c_2 \cdot m_2 \cdot T_2 - c_1 \cdot m_1 \cdot T_1 = 0$$

$$(c_2 \cdot m_2 + c_1 \cdot m_1) \cdot \mathbf{T_e} = c_2 \cdot m_2 \cdot T_2 + c_1 \cdot m_1 \cdot T_1$$

$$T_e = \frac{c_1 \cdot m_1 \cdot T_1 + c_2 \cdot m_2 \cdot T_2}{c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2}$$

Che è una media pesata (o ponderata): http://www.iac.rm.cnr.it/~BCHome/MEDIAPESATA.html