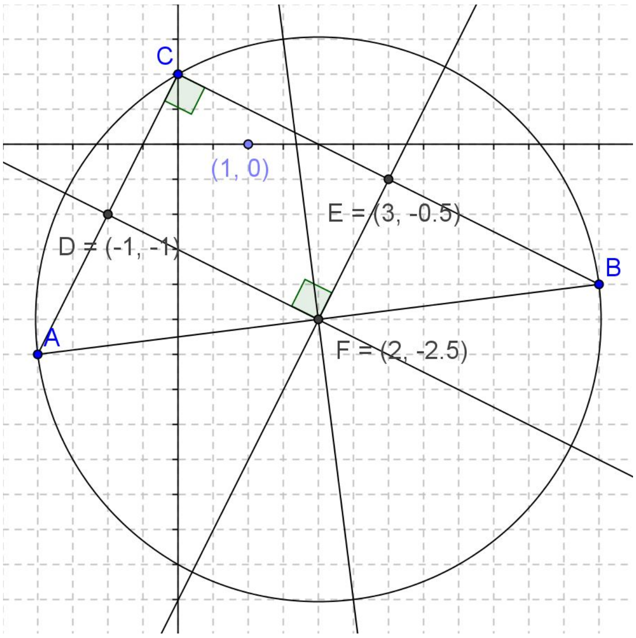
Correzione verifica del 14 dicembre 2011

In **rosso** commenti miei, in **nero** (o colorato) quel che avreste dovuto SCRIVERE voi.

EX1) *Determina, sia seguendo il metodo grafico che il metodo algebrico, l'equazione della circonferenza passante per i seguenti punti:*

A*(-2;-3)* ***B****(6;-2)* ***C****(0;1)*



METODO GRAFICO

Risoluzione ottimale:

$m_{AB} = 2; m_{BC} = -\frac{1}{2}$ perciò il triangolo **ABC** è *retto* in **B** e, per la **CNS** d'inscrivibilità di un triangolo rettangolo in una circonferenza, **AB** è ***diametro*** della circonferenza in cui è inscritto **ABC**; il ***centro*** della circonferenza è il **punto medio** di **AB** e il ***raggio*** è la metà della ***misura*** di **AB**.

$$M_{AB} = \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right) = \left(\frac{-2+6}{2}; \frac{-3-2}{2}\right) = \left(2; -\frac{5}{2}\right) \;;$$

$$r^2 = (x_F - x_B)^2 + (y_F - y_B)^2 = (2-6)^2 + [-\frac{5}{2} - (-2)]^2 = (-4)^2 + \left(\frac{-5+4}{2}\right)^2 = 16 + \frac{1}{4} = \frac{65}{4}$$

Ma anche $r^2 = (x_F - x_B)^2 + (y_F - y_B)^2 = 16 + \frac{1}{4} = \frac{65}{4}$, contando i quadretti!

Ricavo l'equazione applicando la definizione:

$$(x-2)^2 + [y - (-\frac{5}{2})]^2 = \frac{65}{4} \Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 + 5y + \frac{25}{4} - \frac{65}{4} = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 5y - 6 = 0$$

Confrontando i risultati con il disegno verifico che è tutto a posto:

$x_F = -\frac{a}{2} = -\frac{-4}{2} = 2; y_F = -\frac{b}{2} = -\frac{5}{2}; c < 0$ e infatti **O** è contenuta nel cerchio.

N.B. La ***misura di AB*** è un numero reale positivo e si indica con il simbolo: $\overline{AB}$.

AB invece è il simbolo per indicare il **SEGMENTO** di estremi A e B. Il **punto medio** di **AB** è un PUNTO e si indica, per esempio, così: M_{AB} . Senza sbarretta sopra AB. Perciò:

$M_{AB}\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$ senza *assurde parentesi nelle parentesi*; $r = \frac{\overline{AB}}{2}$ (in realtà, riguardo al raggio, a volte ci sono delle ambiguità: si indica con la stessa lettera ***r*** sia il segmento che la misura del segmento. Più corretto indicare con ***r*** la misura del segmento).

Risoluzione scelta da voi ma non portata a compimento (cfr file con Giovinazzo)

$$m_{AC} = 2 \Rightarrow m_{a_{AC}} = -\frac{1}{2} \qquad m_{BC} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m_{a_{BC}} = 2$$

Tracciando gli assi dei segmenti **AC** e **BC** osservo (accettabile solo da parte di chi ha scelto un'u.d.m. da 2 quadretti) che la loro intersezione è nel punto **F**$(2; \frac{5}{2})$=(2;-2,5).

Sono cert* che l'intersezione sia in **F** perché le pendenze degli assi hanno valori che consentono un disegno preciso (accettabile solo da parte di chi ha scelto un'u.d.m. da 2 quadretti).

Essendo **F** il punto medio di **AB**, devo dedurre che il triangolo **ABC** è retto in **B** perché questa è l'unica condizione in cui il centro *sta* su un lato, il quale lato è perciò diametro.

E poi come sopra per determinare le coordinate di **F**, la misura del **raggio** e l'equazione.

La misura del raggio poteva essere ricavata in molti modi: come distanza di **F** da uno qualunque dei vertici del triangolo.

METODO ALGEBRICO

Nell'equazione $x^2+y^2+ax+by+c=0$ sostitusco le coordinate di ***A***(-2;-3), ***B***(6;-2), ***C***(0;1) a ***x*** e ***y*** :

$$\begin{cases} 4+9-2a-3b+c=0 \\ 36+4+6a-2b+c=0 \\ 1+b+c=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a-3b+c=-13 \\ 6a-2b+c=-40 \\ b+c=-1 \end{cases}$$

Il tipo di sistema è lo stesso del file scritto con Giovinazzo perciò c'era l'imbarazzo della scelta: o esplicitare ***c*** (o ***b***) dalla terza equazione, sostituirlo nelle altre e risolvere il <u>sistema lineare in due equazioni in due incognite</u> che ne emergeva, oppure sottrarre MEMBRO a MEMBRO due coppie di equazioni e risolvere il <u>sistema lineare in due equazioni in due incognite</u> che ne risultava. Vediamoli entrambi.

METODO ALGEBRICO 1

$$\begin{cases} -2a-3b+c=-13 \\ 6a-2b+c=-40 \\ b+c=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=-1-b \\ -2a-3b+(-1-b)=-13 \\ 6a-2b+(-1-b)=-40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=-1-b \\ -2a-4b-1=-13 \\ 6a-3b-1=-40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=-1-b \\ -2a-4b=-12 \\ 6a-3b=-39 \end{cases}$$

Nella seconda e nella terza equazione si possono dividere tutti i termini per un divisore comune, buon per chi lo ha visto: può essere utile in molti casi, ma in questo non semplificava le cose granché, se si voleva procedere con il metodo della **riduzione**, perché poi bisognava comunque procedere a una moltiplicazione; se invece si voleva risolvere il sistema per **sostituzione**, effettuare la semplificazione faceva comodo. Seguiamo questa seconda strada perché adopereremo la RIDUZIONE molto con l'altro metodo di risoluzione.

$$\begin{cases} c=-1-b \\ -2a-4b=-12 \Rightarrow (:-2) \\ 6a-3b=-39 \Rightarrow (:3) \end{cases} \begin{cases} c=-1-b \\ a+2b=6 \\ 2a-b=-13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=-1-b \\ a=6-2b \\ 2(6-2b)-b=-13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=-1-b \\ a=6-2b \\ 12-4b-b=-13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=-1-b \\ a=6-2b \\ -5b=-25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=5 \\ a=-4 \\ c=-6 \end{cases}$$

METODO ALGEBRICO 2

Era quello che avevo consigliato alle persone meno sicure. Ci sono stati ERRORONI nei segni... Fate i passaggi, per favore, se non siete spade. Io alla lavagna ho poco SPAZIO!

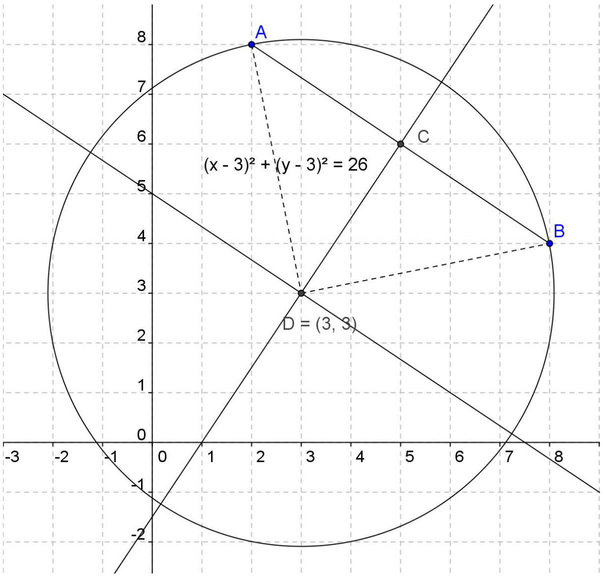
Sottraggo membro a membro dalla prima la seconda equazione e dalla seconda la terza:

$$\begin{cases} -2a-3b+c=-13 \\ 6a-2b+c=-40 \\ b+c=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a-6a-3b-(-2b)+c-c=-13-(-40) \\ 6a-2b-b+c-c=-40-(-1) \\ b+c=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -8a-b=27 \\ 6a-3b=-39 \Rightarrow (:3) \\ b+c=-1 \end{cases} \begin{cases} -8a-b=27 \\ 2a-b=-13 \\ b+c=-1 \end{cases}$$

Osservo che sottraendo dalla prima la seconda equazione, ottengo di "levarmi" ***b***.

$$\begin{cases} -8a-b=27 \\ 2a-b=-13 \Rightarrow \\ b+c=-1 \end{cases} \begin{cases} -8a-2a-b-(-b)=27-(-13) \\ 2a-b=-13 \\ b+c=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -10a=40 \\ 2a-b=-13 \Rightarrow \\ b+c=-1 \end{cases} \begin{cases} a=-4 \\ -8-b=-13 \Rightarrow \\ c=-b-1 \end{cases} \begin{cases} a=-4 \\ b=5 \\ c=-6 \end{cases}$$

Ex2) *Determina l'equazione della circonferenza con centro sulla retta r: y= - $\frac{2}{3}$x + 5 e passante per i punti* **P***(2;8) e* **Q***(8;4).*



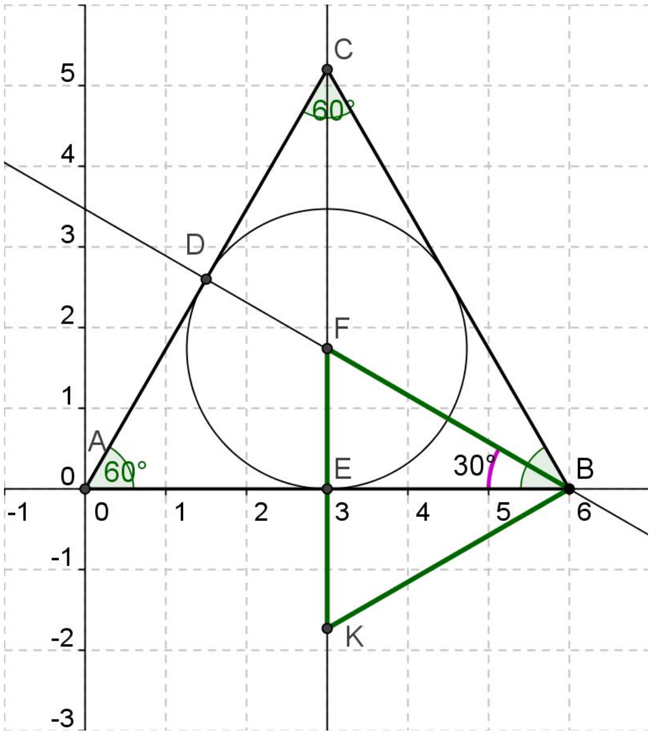
Questo esercizio può risolversi in via **grafica** (fornendo le <u>giustificazioni delle conclusioni cui si perviene</u>): trovando dal disegno l'intersezione fra l'asse di **AB** e la retta ***r***; oppure per via **algebrica**: mettendo a sistema l'equazione di ***r*** con quella dell'asse (mettere a sistema le equazioni di due rette infatti, significa cercarne - se c'è - il punto d'intersezione).

Prova a rifare l'esercizio da te. Esercitati soprattutto a spiegare i passaggi che fai e giustificare le soluzioni che ottieni.

$$a_{AB}: y-6=\frac{3}{2}(x-5) \Rightarrow a_{AB}: y=\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$$

Soluzione: **D**(3;3); $r^2=1+25=26$ eccetera!

EX3) *Ricordando che il centro della circonferenza inscritta in un triangolo (incentro) è il punto d'intersezione delle bisettrici del triangolo, scrivi l'equazione della circonferenza inscritta nel triangolo equilatero di vertici O(0;0) e P(6;0).*



Il disegno corretto può essere realizzato SOLO utilizzando il compasso: si punta in **B** aprendo fino ad **A** e si traccia un arco nei pressi del futuro **C**, si punta in **A** e si apre fino a **B**, si fa un archetto che intersechi il precedente e si trova così **C**.

In un triangolo equilatero lato e altezza sono legati dalla relazione: $h=l\frac{\sqrt{3}}{2}$. Puoi verificarlo facilmente utilizzando Pitagora se ancora (sic!) non lo sai...

$$\overline{CE}=y_C=l\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$$

$\overline{FE}=r$ ed è dato dalla misura di metà del lato **FK** del triangolo equilatero **FKB**; triangolo ottenuto *raddoppiando* il triangolo rettangolo **FEB**.

FKB è equilatero perché **FEB** ha le seguenti caratteristiche: ha l'angolo *FBE* di 30°, e l'angolo *FEB* di 90° per costruzione e l'angolo *EFB di* 60° per differenza di angoli.

Del triangolo **FKB** conosco l'altezza **EB** e la sua misura e mi trovo il lato $l=\frac{2h}{\sqrt{3}}=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$.

Il raggio cercato misura perciò $\sqrt{3}$ ed è anche ordinata del centro, visto che la circonferenza in esame è tangente *all'adx*. **F**(3; $\sqrt{3}$). L'equazione della circonferenza cercata è perciò: $(x-3)^2+(y-\sqrt{3})^2=3 \Rightarrow x^2+y^2-6x-2\sqrt{3}y+9=0$.