Scrivo l'equazione di circonferenze di cui mi vengono forniti alcuni elementi

In questa scheda presenterò alcuni esercizi inerenti la circonferenza includendo una piccola spiegazione che spero vi aiuti a capire meglio la parte teorica.

ESERCIZIO: Scrivi l'equazione della circonferenza che rispetti le condizioni dare ricordando che, avendo le coordinate del centro $C(x_0;y_0)$ e il raggio r puoi arrivare all'; equazione canonica in due modi; o svolgendo i conti dell'equazione che si trova in base alla definizione di circonferenza: $r^2=(x-x_0)^2+(y-y_0)^2$ o sfruttando le relazioni trovate nello studio teorico: $a=-\frac{x_0}{2};b=-\frac{y_0}{2};c=\sqrt{x_0^2+y_0^2-r^2}$.

1) $C(-3;0)$ $O\in \mathcal{C}_1$

2) $C\in$ ***bis I-III*** quadrante $r=\sqrt{2}$ $A(1;1)\in \mathcal{C}_2$

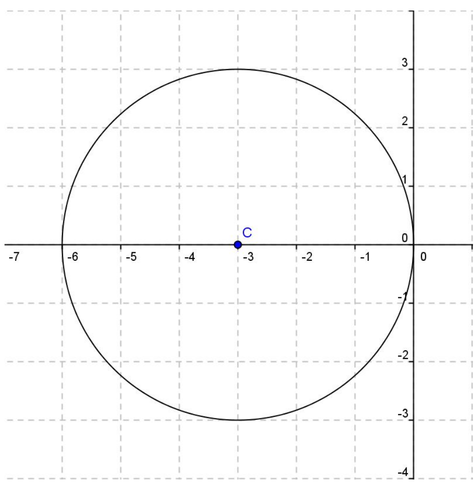
3) $\mathcal{C}_3$ tangente agli assi e con r=5

4) $C_4=(-2;-1)$, $A(1;3)\in \mathcal{C}_4$

5) $C_5=(-1/2; -3)$ $B(9/2; -3/2)$

6) $C_6= (-2/3; 5/6)$ $P(7/5; -2)$

1) Osservo i dati: $C(-3;0)$ $O\in \mathcal{C}_1$ Per prima cosa faccio un disegno. Il centro è sull'asse delle ascisse. Sapendo che l'origine è un punto della circonferenza, posso prendere come raggio la parte dell'asse delle ascisse che va dall'origine al centro della circonferenza. Conto i quadretti e vedo che r=3. Quindi, avendo sia raggio che centro, posso scrivere l'equazione basandomi sulla scrittura: $r^2=(x-x_0)^2+(y-y_0)^2$



$(x-(-3))^2+(y-o)^2=3^2 \rightarrow (x+3)^2+y^2=9$

Se svolgo i conti ottengo l'equazione in **forma canonica** (cioè nella forma: $x^2+y^2+ax+by+c=0$)

$x^2+9+6x+y^2-9=0$ $x^2+y^2+6x=0$

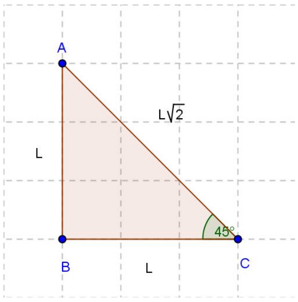
Circonferenza per 0: $x^2+y^2+ax+ay=0$ $c=0$

Osservo come, nell'equazione ottenuta, c=0. Questo risultato è coerente con quanto ho imparato dagli esercizi della scheda precedente.

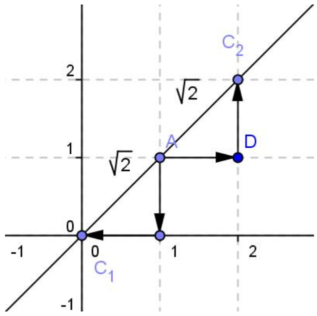
2) Osservo i dati: $C\in$ ***bis I-III*** quadrante; $r=\sqrt{2}$; $A(1;1)\in C_2$. Sapere che il centro appartiene alla bisettrice di I e III quadrante significa sapere che $x_0=y_0$ e cioè che, nell'equazione canonica, dovrò ottenere: $a=b$.

Circonferenza con centro sulla bis I e III Q: $x^2 + y^2 + ax + ay + c = 0$ *a=b*

Il punto **A** appartiene alla bisettrice, come il centro **C**. Sapendo che il raggio è la distanza di un punto qualunque della circonferenza dal centro della circonferenza, posso tracciare il raggio ($r=\sqrt{2}$) sulla bisettrice e trovare il centro C. In che modo?



Devo ricordare quanto visto nel periodo di ripasso: un segmento che si trovi su una retta inclinata a 45° (o a 135°) e che abbia lunghezza $l\cdot\sqrt{2}$, lo posso ricavare come ipotenusa di un triangolo rettangolo isoscele di lato ***l*** (o come diagonale di un quadrato di lato ***l***)



Posso perciò tracciare due raggi: o "verso il basso" e mi verrà $C_1(0{,}0)$, o "verso l'alto" e mi verrà $C_2(2{,}2)$;.

Ora, avendo raggio e centro, posso trovare l'equazione, basandomi sempre sulla definizione: $r^2=(x-x_0)^2+(y-y_0)^2$

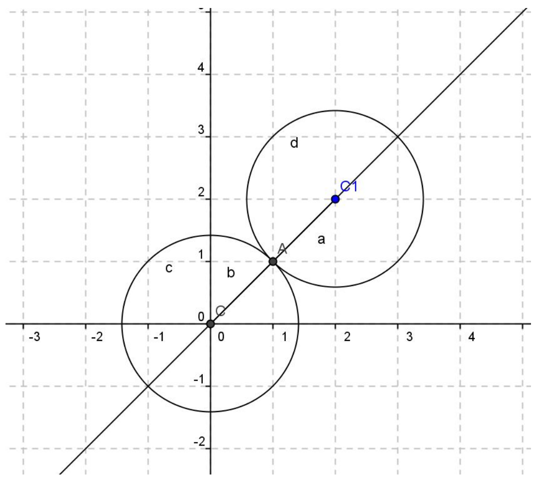
2.1 $(x-2)^2+(y-2)^2=2$ e, svolgendo i conti: $x^2+4-4x+y^2+4-4y-2=0$

$x^2+y^2-4x-4y-2=0$ → Questa è l'equazione canonica se C(2;2)

2.2 $x^2+y^2=2$ → Questa è l'equazione canonica se C(0;0)

<u>In entrambe le equazioni ***a=b*** perché il centro è sulla bisettrice, come mi aspettavo.</u>

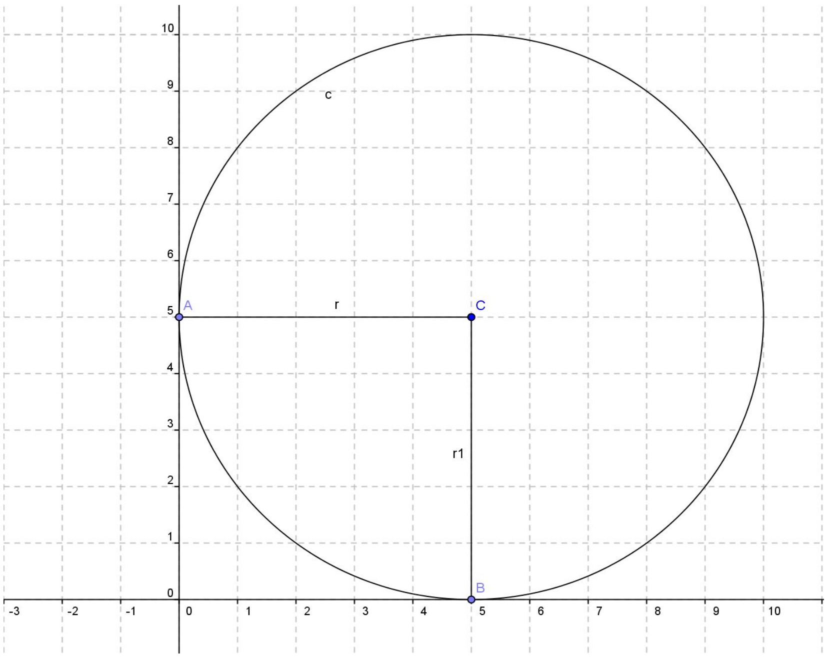
Il disegno rappresentativo dell'esercizio 2 è:



3) Osservo i dati: C_3 è tangente all'asse delle ascisse e all'asse delle ordinate e r=5. Sapendo che il raggio è 5 e la circonferenza è tangente agli assi, il centro sarà quel punto equidistante dai due assi che ha da essi una distanza di 5: C(5;5). Anche questa volta abbiamo sia raggio che centro quindi l'equazione sarà:

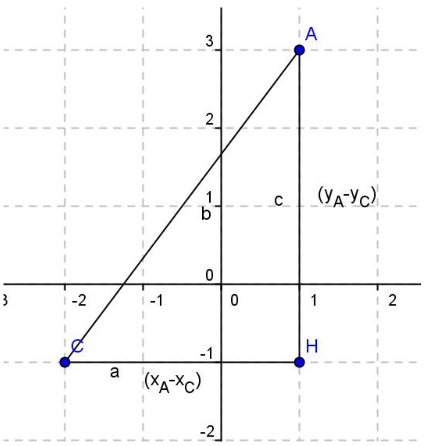
$(x-5)^2+(y-5)^2=25$ e, svolgendo i conti: $x^2+25-10x+y^2+25-10y-25=0$. Cioè:

$$x^2+y^2-10x-10y+25=0$$



Circonferenza tangente a entrambi gli assi $x^2 + y^2 + \mathbf{a}x + \mathbf{a}y + a^2/4 = 0$

Effettivamente, nell'equazione da me ottenuta, ***a=b*** e $c=\frac{a^2}{4}=\frac{10^2}{4}=\frac{100}{4}=25$



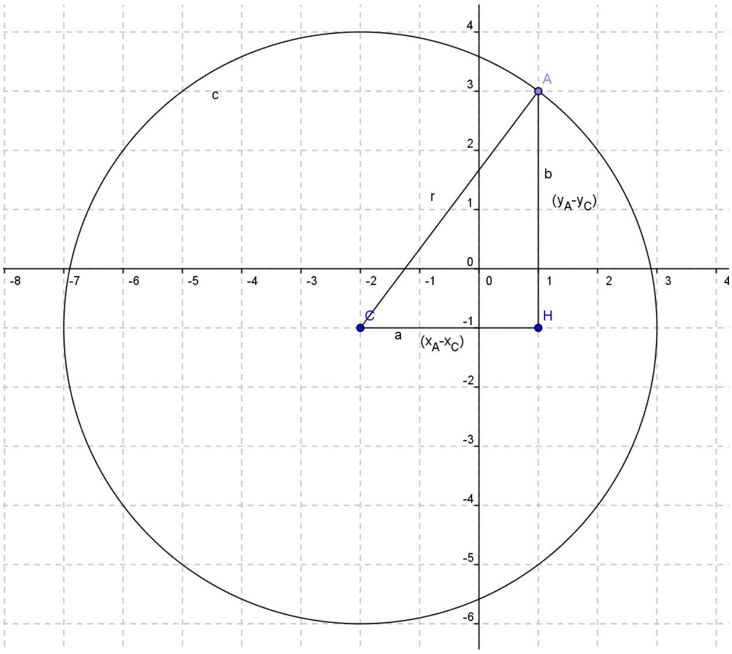
4) Osservo i dati: $C_4(-2;-1)$ A(1;3) $\in C_4$. Avendo il centro e un punto è facile trovare la misura del raggio. Devo utilizzare il teorema di Pitagora (o la formula della distanza fra due punti) perché non essendo il raggio un segmento parallelo a uno degli assi non posso contare i quadretti):

AH=4 CH=3

$CA^2=4^2+3^2=16+9=25$ $r=\sqrt{25}=5$

Osservando il risultato ottenuto mi rendo conto che avrei potuto utilizzare anche le terne pitagoriche (infatti(3,4,5) è una terna pitagorica), senza fare i conti.

Abbiamo così trovato il raggio e a questo punto, avendo raggio e centro, troviamo la nostra equazione basandoci sempre sulla: $r^2=(x-x_0)^2+(y-y_0)^2$



$(x+2)^2+(y+1)^2=25$

$X^2+4+4x+y^2+2+2y-25=0 \rightarrow$ equazione in forma canonica

$X^2+y^2+4x+2y-19=0$

a circonferenza ottenuta inq uesto esercizio <u>non ha nessuna posizione particolare nel sistema di riferimento</u> e, infatti, con c'è nessuna relazione fra i parametri dell'equazione canonica.

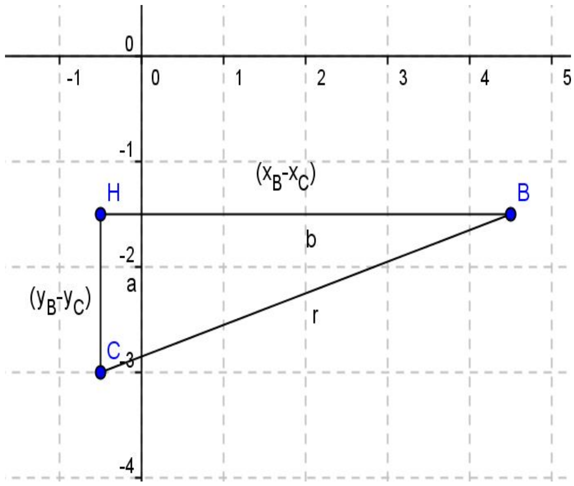
5) Osservo i dati: $C_5=(-1/2; -3)$ $B(9/2; -3/2)$. Questa è una situazione analoga a quella dell'esercizio precedente (n^4), quindi quello che bisogna fare è trovare il raggio con il teorema di Pitagora (a differenza di prima non posso utilizzare le terne pitagoriche):

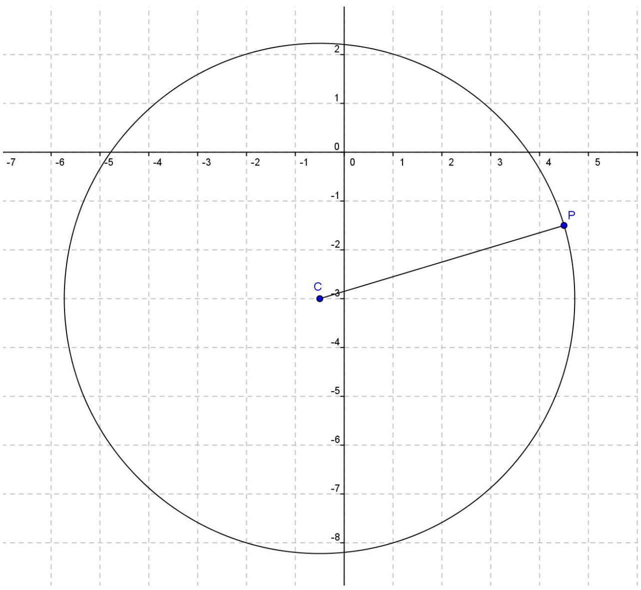
$HB= 9/2+1/2=10/2=5 \rightarrow HB=5$

$HC= -3/2+3=3/2 \rightarrow HC=3/2$

$CB=r$

$r^2= 5^2+3/2^2= 25+9/4 = 109/4$





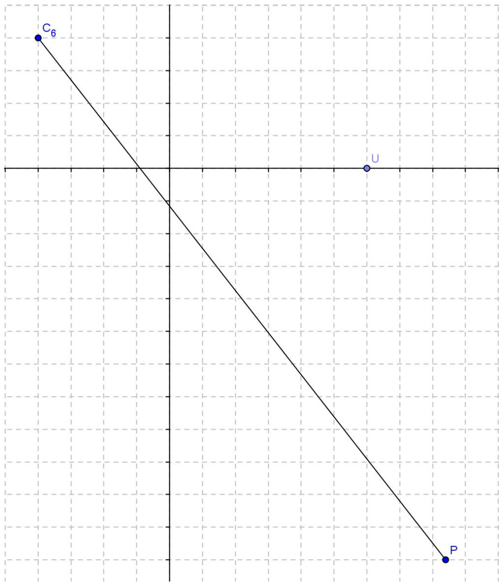
Una volta trovato $r=109/4$ e avendo già anche il centro, scrivo l'equazione: $(x+1/2)^2+(y+3)^2=109/4$; svolgo i conti: $x^2+1/4+x+y^2+9+6y-109/4=0$

$x^2-72/4+x+y^2+6y=0$ e trovo l'equazione canonica: $x^2+y^2+x+6y-18=0$

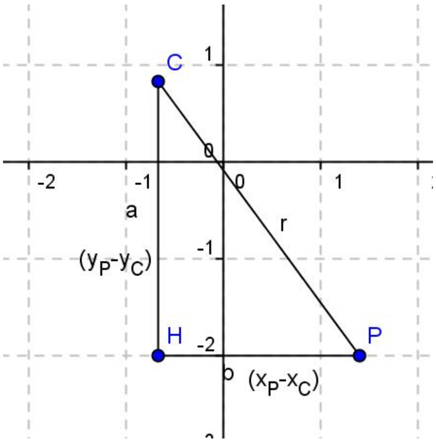
Anche la circonferenza ottenuta inq uesto esercizio <u>non ha nessuna posizione particolare nel sistema di riferimento</u>.

6) Osservo i dati: $C_6(-2/3; 5/6)$ $P(7/5; -2)$. Anche questa volta, avendo centro e un punto appartenente alla circonferenza, posso trovarmi con il teorema di Pitagora il raggio, per poi scrivere l'equazione nella forma: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$

Quest'esercizio mi costringe anche a ripassare in che modo si **rappresentano le frazioni**, con denominatore differente da 2 o 5, sulla retta. Se possibile conviene prendere un'u.d.m. che ocnsti di tanti quadretti quant'è il mcm fra i denominatori delle frazioni differenti da 2 e 5 (le divisioni per 2 o 5 danni infatti numeri decimali finiti mentre se nei denominatori ci sono altri fattori ottengo dei numeri periodici che sono imbarazzanti da rappresentare!). In questo caso il mcm fra 3 e 6 è 6.



Se l'unità misura 6 quadretti i per sapere quanti quadretti corrisponderanno a $\frac{2}{3}$ basterà fare: $\frac{2}{3}\cdot 6=4$ e per sapere quanti quadretti corrisponderanno a $\frac{5}{6}$: $\frac{5}{6}\cdot 6=5$. $\frac{7}{5}\cdot 6=8,4\approx 8,5$. Ora posso rappresentare i punti sul piano cartesiano.



CP=r

$CP^2=CH^2+HP^2=$

$(x_p-x_c)^2+(y_p-y_c)^2$

$(7/5+2/3)^2+(-2-5/6)^2=$

$$\left(\frac{21+10}{15}\right)^2+\left(\frac{-12-5}{6}\right)^2=\left(\frac{31}{15}\right)^2+\left(\frac{-17}{6}\right)^2=\frac{961}{3^2\cdot 5^2}+\frac{289}{2^2\cdot 3^2}=$$

$$\frac{961\cdot 4+289\cdot 25}{2^2\cdot 3^2\cdot 5^2}=\frac{3844+7225}{900}=\frac{11069}{900}\approx 12.3$$

Certo ci è venuto un numero bruttino... In genere gli esercizi sono fatti apposta perché non accada (almeno non in questo modo!). E' però anche deleterio ci si abitui a pensare che i numeri sono solo quelli interi. L'esercizio proseguirebbe nel modo solito, fino a giungere all'equazione canonica, ma questa volta ci fermiamo a r^2.

Spero di essere riuscita a chiarire i vostri dubbi attraverso questi esercizi che vi stimolano a ragionare per riuscire a trovare l'equazione di una circonferenza partendo da situazioni diverse di volta in volta. FABIANA FUSI