

LA CIRCONFERENZA

DEF Una **circonferenza** è il luogo¹ dei punti equidistanti² da un punto dato dentro centro.

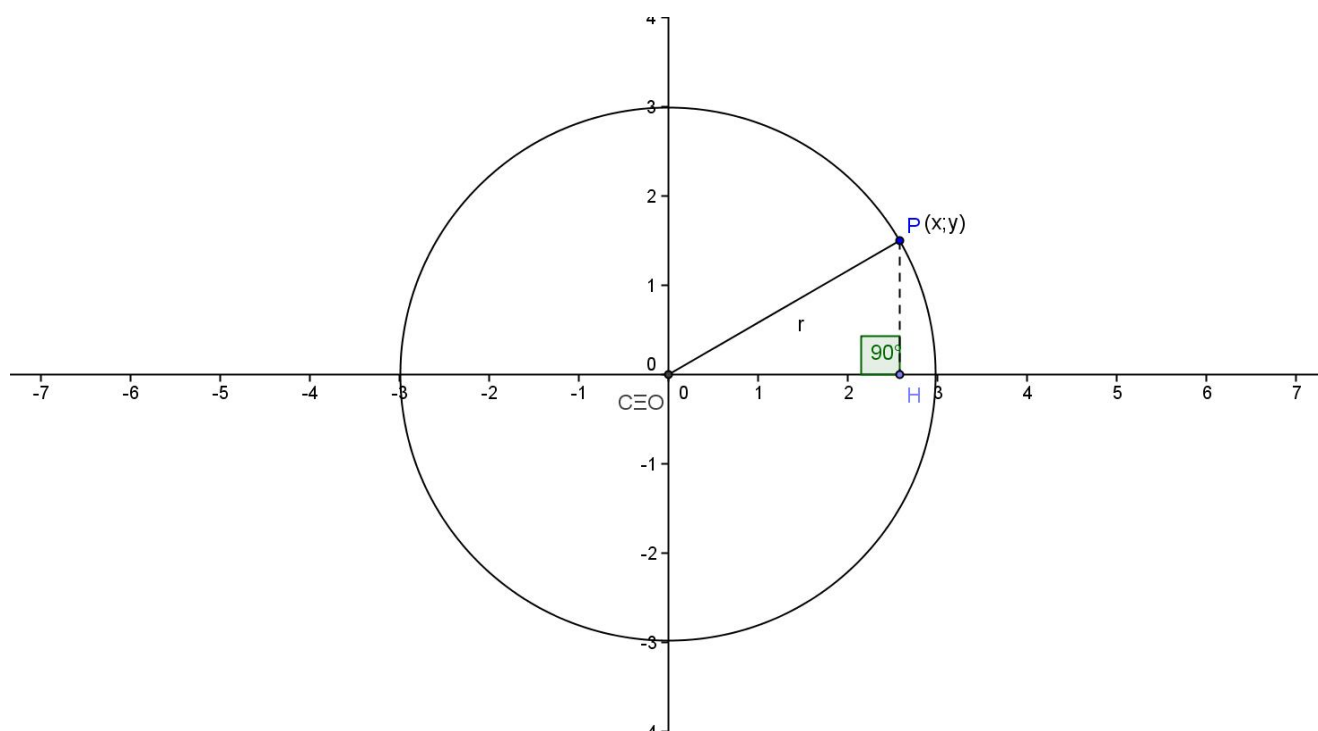
Lo strumento per disegnare una circonferenza è il compasso.

DEF Una **cerchio** è una parte di piano delimitata da una circonferenza.

Le lettere che utilizzeremo, principalmente, saranno:

C = centro della circonferenza
r = raggio della circonferenza
P = punto generico della circonferenza
O = origine del sistema di riferimento cartesiano

1[^] caso Cominceremo con l'occuparci di una circonferenza con centro nell'origine del sistema di riferimento cartesiano (d'ora in poi: **SdR**) e raggio generico³: **r**.



Possiamo stabilire che l'equazione della circonferenza con $C \equiv (0;0)$ (centro coincidente con l'origine) è: $x^2 + y^2 = r^2$

In pratica applichiamo il **teorema di Pitagora** al triangolo **PHO** rettangolo in **H** scrivendo in simboli quel che dice la definizione: la distanza fra **P** e **C** (che in questo caso coincide con **O**) è uguale al raggio. $\overline{CH}^2 + \overline{HP}^2 = \overline{CP}^2$, dove: $\overline{CH} = x$; $\overline{HP} = y$; $\overline{CP} = r$

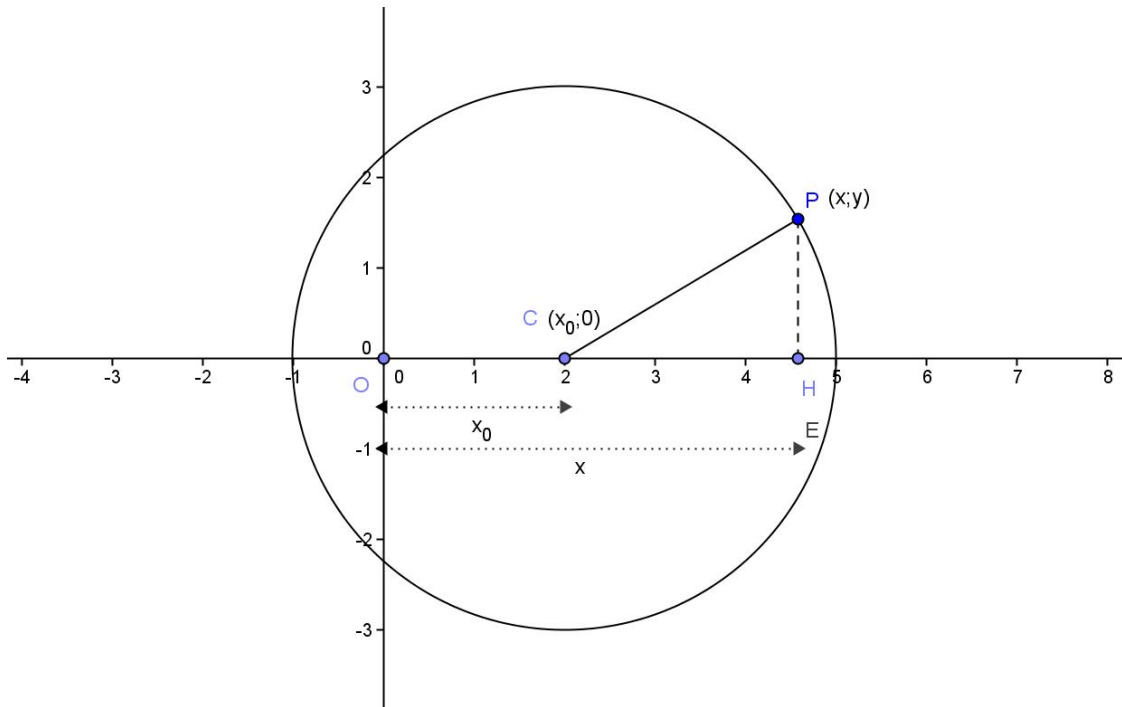
Essendoci nella definizione la parola "UGUALE", la scrittura in simboli della definizione ci darà un'**equazione**. Per evitare inutili complicazioni lasciamo la distanza al quadrato.

¹ **DEF** : un luogo è un insieme di punti che godono tutti della stessa proprietà. **ES** l'asse di un segmento, cioè la retta perpendicolare al segmento e passante per il suo punto medio, è il luogo dei punti equidistanti dagli estremi del segmento)

² La parola equidistanti significa che ciascun punto si trova alla stessa distanza degli altri rispetto al comune punto di riferimento: il centro

³ **DEF** La circonferenza che ha il centro nell'origine e $r = 1$ è chiamata: **circonferenza goniometrica**.

2^ caso - Cosa succede se il centro della circonferenza è sull'asse delle x?

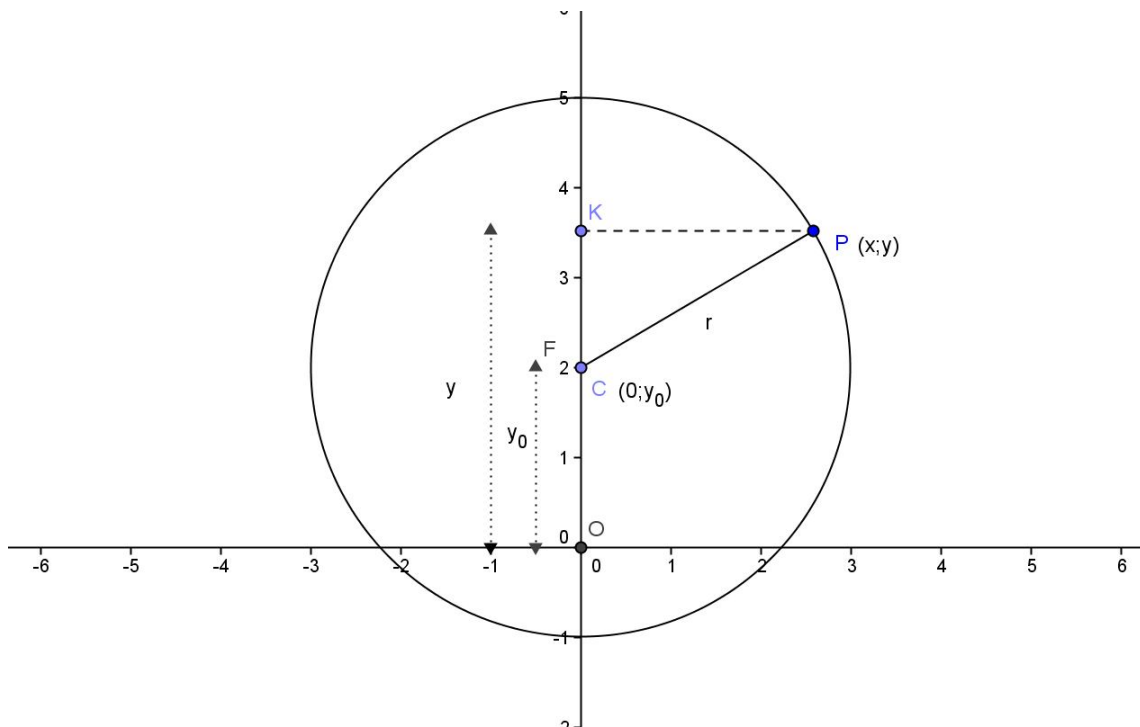


Possiamo stabilire che l'equazione della circonferenza con centro sull'asse delle x è:

$$(x - x_0)^2 + y^2 = r^2$$

In quanto : $\overline{CH^2} = (x - x_0)^2$; $\overline{PH^2} = y^2$; $\overline{CP^2} = r^2$

3^ caso - Cosa succede se il centro della circonferenza è sull'asse delle y?



L'equazione diventa: $(y - y_0)^2 + x^2 = r^2$

Poiché: $\overline{CK^2} = (y - y_0)^2$; $\overline{PK^2} = x^2$; $\overline{CP^2} = r^2$

4^ caso - Cosa succede se il centro della circonferenza non è né sull'asse delle x né sull'asse delle y?

Sapendo che:

- $P(x; y)$
- $C(x_0; y_0)$
- $\overline{PC} = r$

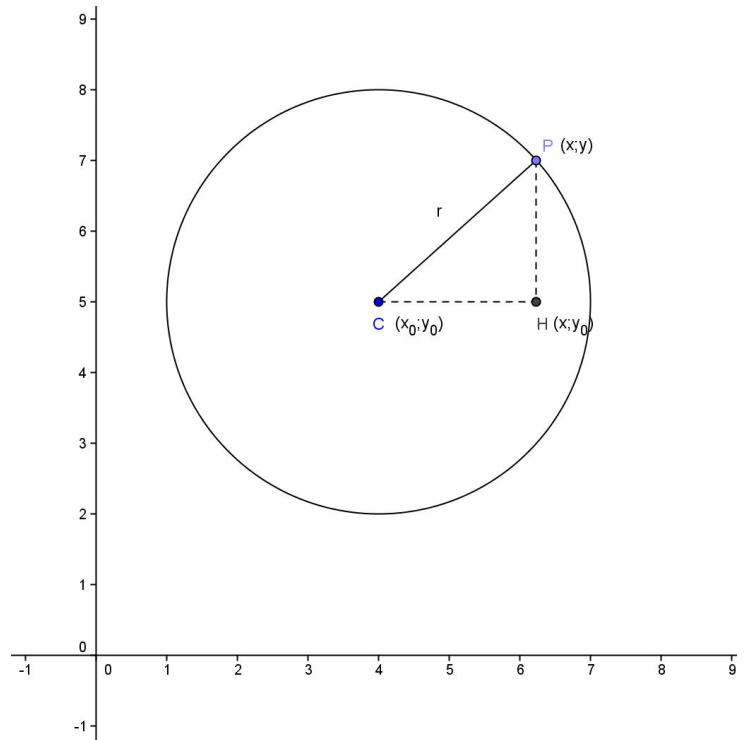
Si può stabilire che l'equazione della circonferenza, nel caso in cui C appartiene a π è:

$$r^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$$

Sviluppando i quadrati :

$$r^2 = (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2$$

$$x^2 + x_0^2 - 2 x_0 x + y^2 + y_0^2 - 2 y_0 y - r^2 = 0$$



$$x^2 + y^2 - 2 x_0 x - 2 y_0 y + x_0^2 + y_0^2 - r^2 = 0$$

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

L'equazione generica della circonferenza diventa \rightarrow

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 ;$$

Data l'equazione generica di una circonferenza dobbiamo trovare il suo raggio e il suo centro \rightarrow

$$x_0 = -\frac{a}{2} \quad \text{e} \quad y_0 = -\frac{b}{2}$$

Perciò:

$$r^2 = x_0^2 + y_0^2 - c = \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} - c = \frac{a^2 + b^2 - 4c}{4}$$

Equazione dalla quale possiamo ottenere:

$$r = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 - 4c}{4}} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2}$$

ES: abbiamo quest'equazione $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ e dobbiamo trovare centro e raggio della circonferenza. Utilizzando le relazioni dovresti ottenere facilmente (?):

$$C = (1; 2) \quad r = 3$$

Abbiamo visto poi a lezione che c'è un metodo più intuitivo, che potremmo chiamare **metodo del completamento dei quadrati** : $(x - 1)^2 - 1 + (y - 2)^2 - 4 - 4 = 0$

A questo punto possiamo fare addizionare algebricamente i numeri ottenendo:

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$$