SOMMA DI VETTORI CHE FORMANO ANGOLI QUALUNQUE.

Questo file spiega come fare per sommare vettori $\vec{v}$ e $\vec{u}$, che formano un angolo α di ampiezza differente da: 60°, 90°, 120° (per i quali la soluzione si ricava immediatamente, se si conoscono le proprietà del **triangolo equilatero** e del **triangolo rettangolo isoscele**) di cui ti faccio disegni a pag 3 di questo file.

Ti spiegherò perché i passaggi da seguire sono questi:

⇨ **0.** Posizionare entrambi i vettori con le *code* nell'origine O di un sistema di riferimento cartesiano;

⇨ **1. scomporre** i vettori nelle loro componenti lungo gli assi *x* ed *y*

$\vec{v} = (\vec{v}_x; \vec{v}_y) = (v \cdot cos\alpha \cdot \hat{x};\ v \cdot sin\alpha \cdot \hat{y})$ $\quad\quad$ $\vec{u} = (\vec{u}_x; \vec{u}_y)(u \cdot cos\alpha \cdot \hat{x};\ u \cdot sin\alpha \cdot \hat{y})$

[i *versori* $\hat{x}$ e $\hat{y}$ sono vettori di *modulo 1* che indicano la *direzione*];

⇨ **2.** stabilire le componenti del **vettore somma** $\vec{w}$:

$$\vec{w} = \vec{v} + \vec{u} = (\vec{v}_x + \vec{u}_x; \vec{v}_y + \vec{u}_y) = (\vec{w}_x; \vec{w}_y)$$

⇨ **3.** stabilire il **modulo** di $\vec{w}$: $\quad w = \sqrt{w_x^2 + w_y^2}$.

⇨ **4.** stabilire l'**ampiezza** dell'angolo β che $\vec{w}$ forma con l'*asse x*:

$\beta = sin^{-1}\left(\frac{w_y}{w}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{w_x}{w}\right) = tan^{-1}\left(\frac{w_y}{w_x}\right)$ [devi scegliere uno dei calcoli e non farli tutti e tre!].

Per capire quel che dice questo file devi sapere:

Come si fa a posizionare un vettore con la coda nell'origine di un sistema di riferimento cartesiano;

come si sommano due vettori *collineari* (che hanno stessa direzione);

come usare le funzioni inverse della calcolatrice,

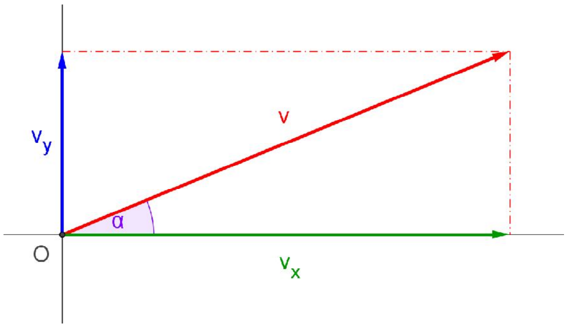
Spero vi siate convinti, grazie agli esperimenti di laboratorio con i **dinamometri**, che le **forze** si sommano con il *metodo del parallelogramma*.

Le **grandezze fisiche vettoriali** diverse dalle forze si possono sommare con il *metodo del parallelogramma* o con il *metodo punta-coda*: scegliete il metodo che vi piace di più.

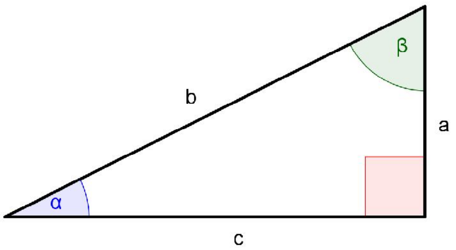
Ora vedremo ottenere il **vettore somma** quando l'**angolo** α formato dai **vettori addendi** è un angolo *qualunque*.

⇨ vediamo come si **scompone** un vettore nelle componenti parallele all'*asse x* e all'*asse y*.

In figura un vettore $\vec{v}$ scomposto nelle sue componenti $\vec{v}_x$ e $\vec{v}_y$ usando il metodo del parallelogramma (in questo caso, un rettangolo) al contrario: per scomporre, appunto.



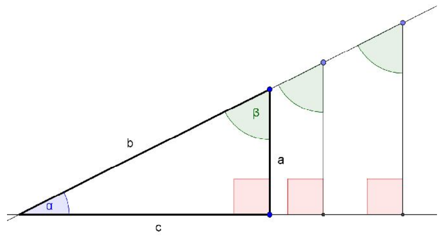
Si scrive, come per le coordinate di un punto: $\vec{v} = (\vec{v}_x; \vec{v}_y)$. E si ha: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ per il Teorema di Pitagora (v_x e v_y sono misure di cateti di un triangolo rettangolo di ipotenusa che misura *v*).



Ho scritto che $v_x = v \cdot cos\alpha$ e $v_y = v \cdot sin\alpha$. Vediamo perché ricordando cosa sono $cos\alpha$ e $sin\alpha$.

$cos\alpha$ e $sin\alpha$ (e $tan\alpha$) sono stati inventati per usare le **ampiezze** degli angoli per trovare **lunghezze** di segmenti e viceversa. Per collegare il mondo "tondo" degli angoli, con il mondo "dritto" dei segmenti.

Prendiamo un triangolo rettangolo come quello in figura a sinistra. Il valore dei **rapporti** tra le lunghezze dei lati dipendono solo dagli **angoli**.



Te ne puoi convincere guardando quest'altra figura a destra e ricordando che **figure simili** hanno i lati in proporzione (di **rapporto** costante) e che **triangoli** sono simili quando hanno gli angoli congruenti.

Definiamo quindi le seguenti grandezze (che trovi anche sulla tua calcolatrice):

$$seno\ di\ alfa = \frac{misura\ cateto\ opposto\ ad\ alfa}{misura\ dell'ipotenusa}.$$ In simboli: $sin\alpha = \frac{a}{b}$

$$coseno\ di\ alfa = \frac{misura\ cateto\ adiacente\ ad\ \alpha}{misura\ dell'ipotenusa}.$$ In simboli: $cos\alpha = \frac{c}{b}$

$$tangente\ di\ alfa = \frac{misura\ cateto\ opposto\ ad\ \alpha}{misura\ cateto\ adiacente\ ad\ \alpha}.$$ In simboli: $tan\alpha = \frac{a}{c}$

Usando le **proprietà dell'uguaglianza** che hai studiato a matematica (principi di equivalenza e simmetria dell'uguaglianza):

$$a = b \cdot sin\alpha\ ;\ c = b \cdot cos\alpha;\ a = c \cdot tan\alpha$$

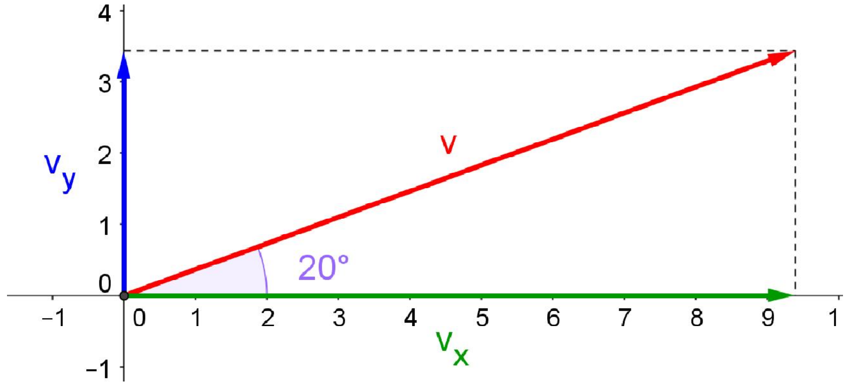
Per esempio: $b \cdot sin\alpha = \frac{a}{\cancel{b}} \cdot \cancel{b}$ ➔ $b \cdot sin\alpha = a$ [perché moltiplicando entrambi i membri di un'uguaglianza per quantità uguali, diverse da zero, si ottiene un'uguaglianza equivalente] ➔ $a = b \cdot sin\alpha$ [per la proprietà di simmetria dell'uguaglianza].

e quindi, tornando a $\vec{v}$, sarà: $v_y = v \cdot sin\alpha$ e $v_x = v \cdot cos\alpha$.

Puoi trovare quindi l'**intensità** delle componenti, lungo l'*asse x* e lungo l'*asse y*, di un vettore se conosci l'**intensità** del vettore e l'**angolo** che forma con l'*asse x*.

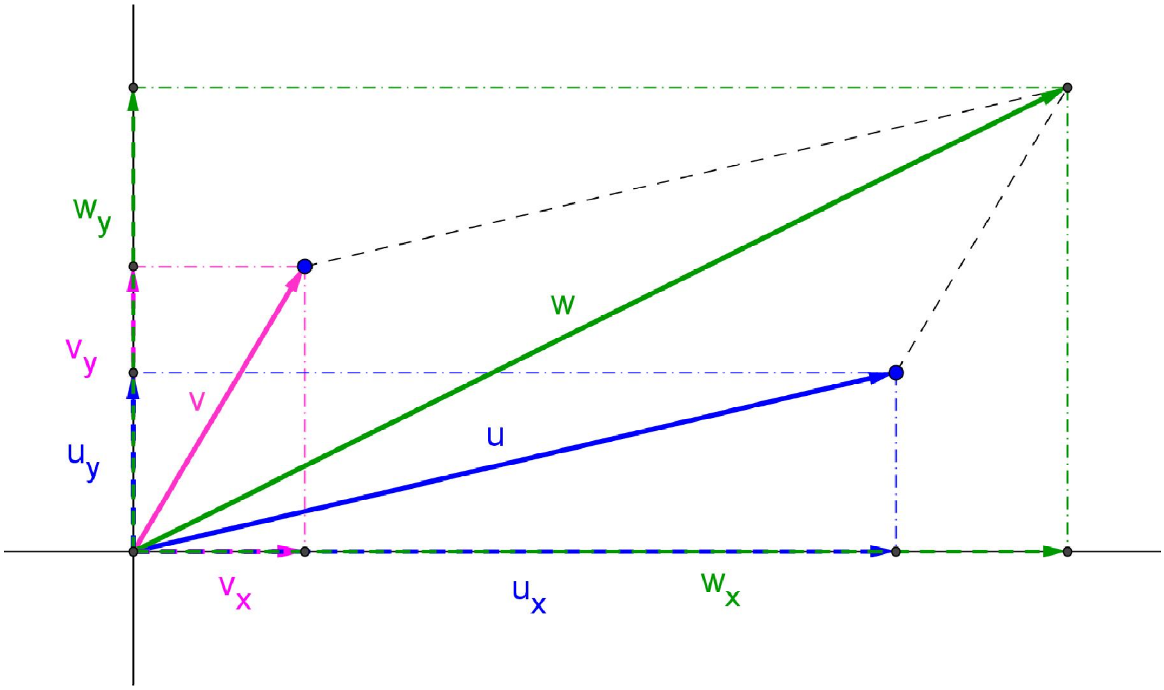
Vediamo un **esempio** con **v**=10N, e α=20° [devi usare la calcolatrice, per sapere quanto valgono cos(20°) e sin(20°)]:

$\mathbf{v}_x$=10N·cos(20°)=10N·0,94=9,4N $\mathbf{v}_y$=10N·sin(20°)=10N·0,34=3,4N



⇨ Ora c'è un altro passo da fare: dati due vettori $\vec{v} = (\vec{v}_x; \vec{v}_y)$ e $\vec{u} = (\vec{u}_x; \vec{u}_y)$, il **vettore somma** avrà come componenti le somme delle componenti degli addendi. Questo fatto si può dimostrare ma è una dimostrazione complicata. Puoi crederci e basta, per favore?

$$\vec{w} = \vec{v} + \vec{u} = (\vec{v}_x + \vec{u}_x; \vec{v}_y + \vec{u}_y)$$



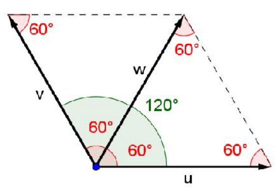
⇨ Penultimo passaggio: $w = \sqrt{w_x^2 + w_y^2}$.

⇨ L'ultimo passaggio consiste nel trovare l'**ampiezza** dell'angolo β che $\vec{w}$ forma con l'*asse* x. Per far questo devi usare le *funzioni inverse* della calcolatrice [quelle che si attivano con il tasto SHIFT o 2ndF] e una delle relazioni tra lati e angoli, per esempio: $sin\beta = \frac{w_y}{w}$.

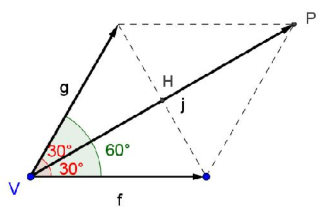
Prova ad applicare questo percorso agli esercizi 21 e 22 del libro. E poi ai vettori che hai disegnato in laboratorio.

Di questi ultimi tre passi, comunque, vedremo esempi a lezione perché parlandone in astratto sembrano più difficili di quello che sono: la maggior parte del lavoro, infatti, lo fa la calcolatrice!

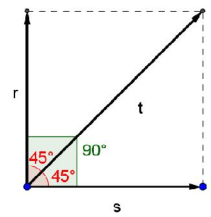
Appendice: configurazioni relative ad angoli speciali



Caso già esaminato a lezione.
Ricorda che, in un rombo, le diagonali sono anche bisettrici degli angoli.
E che in ogni parallelorgamma le diagonali si tagliano scambievolmente a metà.



VH è altezza del triangolo equilatero che ha per lati i vettori g ed f, congruenti..
VH≃2VP, e VP è coincidente con il vettore somma f+g.
Conosci la relazione tra lato di un triangolo+ equilatero e altezza? Se non la conosci, puoi ricavartela con il Teorema di Pitagora.



t=s+r è coincidente con la diagonale di un quadrato che ha lati coincidenti con s ed r.
Conosci la relazione che c'è tra la misura di un lato e la misura della diagonale in un quadrato?
Se non la conosci, puoi ricavartela con il Teorema di Pitagora