Verifica su limiti di funzioni – VE - 03/04/12 .

1) e 2) $\lim_{x\to+\infty} \frac{3x^2-3x+3}{9x^2+1} = \lim_{x\to-\infty} \frac{3x^2-3x+3}{9x^2+1} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ Applicando il metodo algebrico si vede come, semplificandosi le variabili di ugual grado, il segno del limite è lo stesso per *x* che va a più infinito che per *x* che va a meno infinito.

3) e 4) $\lim_{x\to+\infty} \frac{2x+2}{16x^2+1} = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x+2}{16x^2+1} = 0$ Perché grN<grD. (Il risultato del limite è di nuovo lo stesso sia per x tendente a più che a meno infinito!)

5) $\lim_{x\to+\infty} -\frac{3x^2-3x+3}{12x+1} = -\infty$ 6) $\lim_{x\to-\infty} -\frac{3x^2-3x+3}{12x+1} = +\infty$

Il segno del limite nel caso in cui grN > grD (modulo infinito del limiti) è dato dal **segno** della funzione, che si può sapere solo effettuando lo **studio del segno**: quel "-" davanti non significa che la funzione sia sempre negativa. Il "-" può essere riferito al numeratore, al denominatore, o all'intera funzione. Io lo riferirò al numeratore

$3x^2-3x+3$ per ogni *x* appartenente a R perché è un falso quadrato. Con il "-" davanti peciò il numeratore sarà NEGATIVO per ogni x. D≥0 per $x \geq -\frac{1}{12}$

---------------------------- $-\frac{1}{12}$ ---------------------------------->

N(x)- -- - - - -- - - - -- -- - - - - - -- - - - - - - - -

D(x) - - - - - -- - - - - - *0* +++++++++++++++++++++

f(x) +++++++++++++++ *X* - - - - - - - - - - - -- - - - - --- - - - -- - - - -

7) $\lim_{x\to-1^+} \frac{x^2+1}{9-9x^2} = +\infty$ <u>Ogni volta che c'è un valore x_0 che annulla il denominatore, ma il numeratore no</u>, prendendo valori sempre più vicini a x_0 , il denominatore diverrà *sempre più piccolo* (tenderà a zero) e *la frazione nel suo complesso diventerà sempre più grande* (tenderà, in modulo, all'infinito). Il segno del limite è dato DALLO STUDIO DEL SEGNO!

8) $\lim_{x\to-1} \frac{x^3+1}{12x^2-12} = \lim_{x\to-1} \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{12(x+1)(x-1)} = \lim_{x\to-1} \frac{(x^2-x+1)}{12(x-1)} = \frac{3}{-24} = -\frac{1}{8}$

➔ Caso **0/0** in cui: molt(x_0)$_{N(x)}$ = molt(x_0)$_{D(x)}$ ⇔ $\lim_{x\to x_0} f(x) = l, l \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$

9) $\lim_{x\to0} \frac{x^3+9x}{x^4+81x^2} = \lim_{x\to0} \frac{x(x^2+9)}{x^2(x^2+81)} = \lim_{x\to0} \frac{(x^2+9)}{x(x^2+81)} = \lim_{x\to0} \frac{1}{x} \cdot \lim_{x\to0} \frac{(x^2+9)}{(x^2+81)} = \lim_{x\to0} \frac{1}{x}$

Ricorda infatti che il <u>limite di una combinazione lineare è dato dalla combinazione lineare di limiti</u>.

$\cdot \lim_{x\to0} \frac{(x^2+9)}{(x^2+81)} = 1$ e $\lim_{x\to0} \frac{1}{x}$ si sdoppia in due: $\lim_{x\to0^+} \frac{1}{x} = +\infty$ e $\lim_{x\to0^-} \frac{1}{x} = -\infty$

➔ Caso **0/0** in cui molt(x_0)$_{N(x)}$ < molt(x_0)$_{D(x)}$ ⇔ $\lim_{x\to x_0} |f(x)| = \infty$ per il **segno** si veda il *grafico dei segni*

10) $\lim_{x\to-\frac{3}{2}} \frac{4x^3+12x^2+9x}{9-4x^2} = \lim_{x\to-\frac{3}{2}} \frac{(2x+3)^2}{(3+2x)(3-2x)} = \lim_{x\to-\frac{3}{2}} \frac{(2x+3)}{(3-2x)} = \frac{0}{6} = 0$

➔ Caso **0/0** in cui molt(x_0)$_{N(x)}$ > molt(x_0)$_{D(x)}$ ⇔ $\lim_{x\to x_0} f(x) = 0$