

## Verifica su limiti di funzioni - VE - 03/04/12 .

1) e 2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 3x + 3}{9x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 3x + 3}{9x^2 + 1} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$  Applicando il metodo algebrico si vede come, semplificandosi le variabili di ugual grado, il segno del limite è lo stesso per  $x$  che va a più infinito che per  $x$  che va a meno infinito.

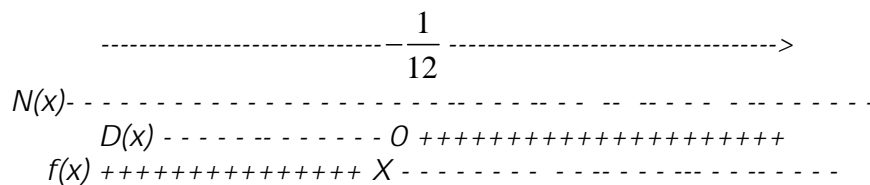
3) e 4)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+2}{16x^2+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+2}{16x^2+1} = 0$  Perché  $\text{grN} < \text{grD}$ . (Il risultato del limite è di nuovo lo stesso sia per  $x$  tendente a più che a meno infinito!)

5)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{3x^2 - 3x + 3}{12x + 1} = -\infty$

6)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{3x^2 - 3x + 3}{12x + 1} = +\infty$

Il segno del limite nel caso in cui  $\text{grN} > \text{grD}$  (modulo infinito del limiti) è dato dal **segno** della funzione, che si può sapere solo effettuando lo **studio del segno**: quel "-" davanti non significa che la funzione sia sempre negativa. Il "-" può essere riferito al numeratore, al denominatore, o all'intera funzione. Io lo riferirò al numeratore

$3x^2 - 3x + 3$  per ogni  $x$  appartenente a  $\mathbb{R}$  perché è un falso quadrato. Con il "-" davanti perciò il numeratore sarà **NEGATIVO** per ogni  $x$ .  $D \geq 0$  per  $x \geq -\frac{1}{12}$



7)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1}{9 - 9x^2} = +\infty$  Ogni volta che c'è un valore  $x_0$  che annulla il denominatore, ma il numeratore no, prendendo valori sempre più vicini a  $x_0$ , il denominatore diverrà *sempre più piccolo* (tenderà a zero) e *la frazione nel suo complesso diventerà sempre più grande* (tenderà, in modulo, all'infinito). Il segno del limite è dato **DALLO STUDIO DEL SEGNO!**

8)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 1}{12x^2 - 12} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{12(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - x + 1)}{12(x-1)} = \frac{3}{-24} = -\frac{1}{8}$

➔ Caso **0/0** in cui:  $\text{molt}(x_0)_{N(x)} = \text{molt}(x_0)_{D(x)} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l, l \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

9)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 9x}{x^4 + 81x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x^2 + 9)}{x^2(x^2 + 81)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 9)}{x(x^2 + 81)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 9)}{(x^2 + 81)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$

Ricorda infatti che il limite di una combinazione lineare è dato dalla combinazione lineare di limiti.

$\cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 9)}{(x^2 + 81)} = 1$  e  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$  si sdoppia in due:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$  e  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$

➔ Caso **0/0** in cui  $\text{molt}(x_0)_{N(x)} < \text{molt}(x_0)_{D(x)} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \infty$  per il **segno** si veda il *grafico dei segni*

10)  $\lim_{x \rightarrow -\frac{3}{2}} \frac{4x^3 + 12x^2 + 9x}{9 - 4x^2} = \lim_{x \rightarrow -\frac{3}{2}} \frac{(2x+3)^2}{(3+2x)(3-2x)} = \lim_{x \rightarrow -\frac{3}{2}} \frac{(2x+3)}{(3-2x)} = \frac{0}{6} = 0$

➔ Caso **0/0** in cui  $\text{molt}(x_0)_{N(x)} > \text{molt}(x_0)_{D(x)} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$