Molto sulle rette

1 piano cartesiano e simmetrie

1. Per poter **rappresentare numeri su una retta**, bisogna stabilire su questa: origine, verso di crescenza, unità di misura
2. Un **riferimento cartesiano** O*xy* è costituito da una coppia di rette perpendicolari fra loro, su ciascuna delle quali si è operato come al punto precedente, che si intersecano nell'origine. Tali rette si chiamano assi: asse delle *x* (ad*x*) e asse delle *y* (ad*y*). Potete trovare scritto anche asse *x* e asse *y*. Le abbreviazioni in questo caso sono un po' brutte!
3. Un **piano cartesiano** è: un piano euclideo con un riferimento cartesiano O*xy* sopra.
4. Per **individuare la posizione** del punto **P** (-2;5) nel piano cartesiano si procede così: si individua il numero -2 sull'ad*x* e da questo si traccia una perpendicolare all' ad*x* stesso, poi si individua il numero 5 sull'ad*y* e da questo si traccia una perpendicolare all' ad*y* stesso. L'intersezione di queste due rette è il punto **P**.
5. Viceversa, dato un punto **P** su di un piano cartesiano, per **stabilire quali siano le sue coordinate** si procede così: si proietta[1] tale punto su ciascuno degli assi: la proiezione sull'ad*x* si chiama <u>*ascissa*[2] di **P**</u>, la proiezione sull'ad*y* si chiama <u>*ordinata*[3] di **P**</u>. *Ascissa* di **P** e *ordinata* di **P** si chiamano coordinate di **P**
6. "Le **coordinate** di un punto sono una **coppia ordinata** di numeri" significa che l'ordine in cui sono scritte è *distintivo*: cambiando l'ordine in cui sono scritte cambia anche il punto che esse indicano.
7. Il piano cartesiano è diviso in **quattro quadranti** (**Q**) numerati in verso antiorario. Fra parentesi il segno delle coordinate di *tutti e soli* i punti appartenenti al quadrante corrispondente. **I Q** (+;+) **II Q** (-;+) **III Q** (-;-) **IV Q** (+;-)
8. Che *relazione* c'è fra il punto **P**(3;5) e i punti: **Q**(3;-5), **R**(-3;5), **S**(-3;-5), **T**(5;3), **U**(-5;-3)? **Q**, **R**, **S**, **T**, **U** sono simmetrici di **P** rispetto a: *adx*, *ady*, **O**, *bis I-III Q* e bis *II-IV Q*.
9. le **equazioni** delle cinque **simmetrie** utilizzate nell'esercizio precedente.

adx:: *(x;y)→(x;-y) ES (-2;5)→(-2;-5);* ***ady***: *(x;y)→(-x;y) ES(-2;5)→(2;5);*

O: *(x;y)→(-x;-y) ES(-2;5)→(2;-5);* ***bis I-III Q***: *(x;y) → (y;x) ES (-2;5) → (5;-2);*

bis II-IV Q *: (x;y) →(-y;-x) ES (-2;5) →(-5;2)*

10. Due **punti** sono **simmetrici** rispetto ad una **retta** *se e solo se* sono <u>equidistanti</u> dalla retta e il segmento che ha per estremi i due punti è <u>ortogonale alla retta stessa</u> (si può dire, più elegantemente, che *la retta è <u>asse</u> del <u>segmento</u> individuato dai due punti*).
11. Due **punti** sono **simmetrici** rispetto ad un terzo **punto S** se e solo se sono <u>equidistanti</u> da **S** e <u>collineari</u> (giacciono sulla stessa retta di) con **S**.
12. **Rappresentare** correttamente "a mano" su di un *piano cartesiano* punti con **coordinate** <u>non intere</u> può presentare qualche difficoltà. Consideriamo per esempio: $A(-\frac{3}{4};\frac{5}{6})$; $B(\frac{5}{2};-\frac{5}{3})$; $C(2\cdot\sqrt{2};\sqrt{5})$; $D(1+\sqrt{2};1-\sqrt{2})$.

   a) Per rappresentare con esattezza **frazioni** con **denominatori differenti** fra loro, su un foglio a quadretti, un modo è utilizzare come unità un segmento che conti tanti

---

[1] **DEF** La <u>proiezione di un punto **P** su una retta ***r***</u> è il punto d'intersezione fra la retta ***p***, che da **P** cade perpendicolarmente su ***r*** , e ***r*** stessa. La proiezione di un punto su una retta è pertanto un **punto**.

[2] **Ascissa**: dal lat. abscissa (sottint. linea), part. pass. femm. di abscindĕre «tagliare via» (dal vocabolario Treccani on line: http://www.treccani.it/vocabolario/)

[3] L' **ordinata** deriva il suo nome dal fatto di essere scritta per seconda: subito dopo l'ascissa! La fonte è sa stessa della nota precedente.

quadretti quant'è il *m.c.m.* fra i denominatori. Nel caso del punto **A** si tratterebbe di 12 quadretti. Per **B** sarebbe 6. Dovendo rappresentare sia **A** che **B** si potrebbe scegliere 12. Certo questo è possibile se non vi sono altri punti con coordinate "troppo grandi"... Altrimenti comunque si può osservare come, scomponendo in fattori primi i denominatori delle frazioni, i fattori che complicano la rappresentazione esatta sono quelli differenti da 2 e 5. In generale, sempre se possibile, si portà prendere come unità un segmento con tanti quadretti quanti indicati dal il m.c.m. di tali fattori *scomodi*, piuttosto che dei denominatori. Ci vuole un po' di pratica per capire come fare... Vedi anche l'**allegato1** a pag 13.

b) Per rappresentare numeri con **radicali** si possono utilizzare il Teorema di Pitagora o i Teoremi di Euclide e poi il compasso: $2\cdot\sqrt{2}$ è l'ipotenusa di un triangolo rettangolo isoscele di lato 2. $\sqrt{5}$ si può ottenere come ipotenusa di un triangolo rettangolo di cateti 1 e 2. Si portanno pertanto disegnare da una parte sul foglio tali triangoli ausiliari e poi riportare <u>con il compasso</u> la misura delle loro ipotenuse sull'asse corrispondente.

c) Per rappresentare il punto $D(1+\sqrt{2};1-\sqrt{2})$ bisogna ricordare quaalcosa sulle **operazioni** con i **segmenti**: aggiungere $\sqrt{2}$ a 1, sull'ad*x*, significa, partendo da 1 andare *verso destra* di una lunghezza pari a $\sqrt{2}$; togliere $\sqrt{2}$ da 1 sull'ad*y*, significa, partendo da 1 andare *verso il basso* di una lunghezza pari a $\sqrt{2}$: aggiungere corrisponde ad *affiancare* (rendere adiacenti) segmenti nel verso di crescenza, togliere corrisponde a *affiancare* segmenti nel verso contrario a quello di crescenza.

2 Segmenti nel piano cartesiano

EX1 Disegna un riferimento cartesiano O*xy* e individua su questo i seguenti punti:

A(3;1); **B**(0;3); **C**(-3;1); **D**(-3;-1); **E**(0;-3); **F**(3;-1); **H**(-3;0); **I**(3;0)

Ricorda BENE il ***significato geometrico*** dell'***ascissa 0*** e il significato geometrico dell'***ordinata 0***: saranno fondamentali quest'anno!

EX3 Calcola area e perimetro del *poligono* **ABCDEF**. Per risolvere l'EX3 bisogna saper innanzitutto calcolare la **lunghezza di segmenti nel piano cartesiano**.

Segmento i cui estremi (e quindi tutti i punti interni) **hanno <u>stessa ordinata</u>. ES: A** *e* **C**

Come calcoleresti la lunghezza del segmento **AC**? 3-(-3)=3+3=6

Nel caso del segmento **HI** seguiresti un procedimento differente? NO

✘ **Regola generale**:per **P**(x_P,***y***) e **Q**(x_Q;***y***), **PQ**=$\left|x_P - x_Q\right|$ (si legge: "modulo di $x_P - x_Q$" e significa che, se tale differenza è un *numero positivo* va lasciata com'è e se è un *numero negativo* bisogna prenderne l'opposto) oppure, supponendo di osservare $x_Q>x_P$, **PQ**= $x_Q - x_P$

Segmento i cui estremi (e quindi tutti i punti interni) **hanno <u>stessa ascissa</u>. ES: A** *e* **F**

Come calcoleresti la lunghezza del segmento **AF**? 1-(-1)=1+1=2

Nel caso del segmento **BE** seguiresti un procedimento differente? NO

✘ **Regola generale** :per **P**(***x***,y_P) e **Q**(***x***;y_Q), **PQ**=$\left|y_P - y_Q\right|$ oppure, se $y_Q>y_P$, **PQ**= $y_Q - y_P$

Il caso generale: <u>segmento i cui estremi hanno ascisse e ordinate differenti</u>. ES: I e **B**

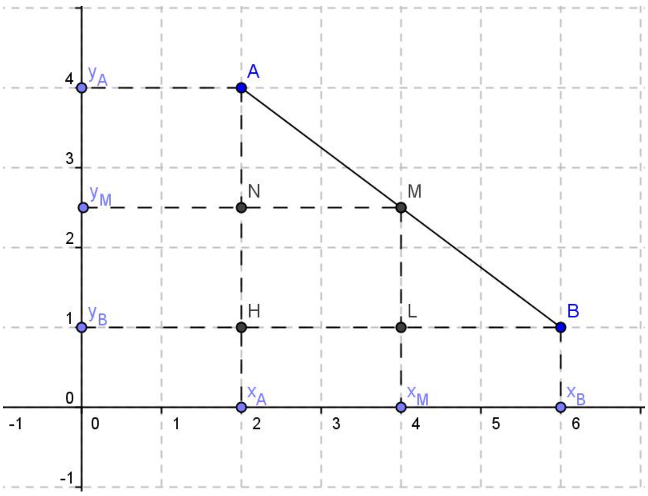
Come calcoleresti la lunghezza del segmento **IB**? Applicando il THM di Pitagora al triangolo IOB di cui IB è l'ipotenusa: **IB**=$\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$

Dati **L**(2,5) e **N**(4,3), come calcoleresti la lunghezza di **LN**? Applicando il THM di Pitagora al triangolo rettangolo di cui **LN** è l'ipotenusa, un cateto è parallelo all'*adx* l'altro è parallelo all'*ady* quindi la loro lunghezza si ottiene come sopra!

✘ **Regola generale**:per **P**(x_P,y_P) e **Q**(x_Q;y_Q), **PQ**=$\sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2}$ L'ordine in cui scrivi le *x* e le *y* non è importante infatti il quadrato di un numero è sempre positivo sia che la base sia positiva che negativa

EX4 Testa le tre regole contenute in questa scheda con segmenti posti in posizioni differenti per convincere che la loro validità non è pregiudicata dai segni delle coordinate.

2.1 Punto medio di un segmento



DEF Il **punto medio** di un **segmento** è quel punto che divide il segmento in due parti di ugual lunghezza.

Attenzione: il punto medio, come tutti i punti dal momento in cui stabiliamo un riferimento cartesiano sopra il piano, è individuato quando se ne conoscono le **coordinate**.

Consideriamo i punti **A**(x_A,y_A) e **B**(x_B;y_B). (disegnali per ora nel **I** quadrante). Vogliamo calcolare stavolta le coordinate del **punto medio M** del segmento **AB**.

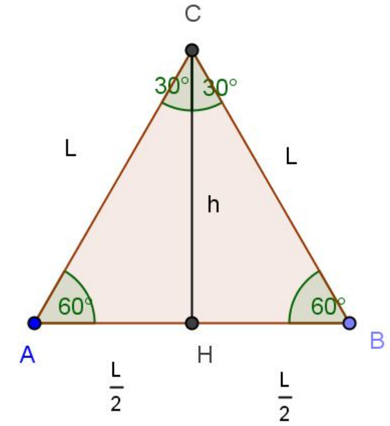
Per il **THM di Talete**, che asserisce essere *le due classi di segmenti* <u>*corrispondenti*</u> *individuati da un fascio di rette parallele su due trasversali direttamente proporzionali*, le coordinate del punto medio di **AB** saranno, rispettivamente, il punto medio del segmento $\boldsymbol{x_A x_B}$ = **HB** e il punto medio del segmento $\boldsymbol{y_A y_B}$ =**AH**

Per trovare l'ascissa del punto medio di **HB** applichiamo la definizione: **HL** = **LB** . Da quel che sabppiamo sulla lunghezza dei segmenti ciò vuol dire: x_L–x_H = x_B–x_L cioè: 2x_L = x_H + x_B e quindi x_L = (x_H + x_B)/2. Basta a questo punto ricordare che x_L = x_M e osservare che x_H = x_A.

Ragionamento analogo si segue per il punto medio **N** del segmento **AH**. Ovviamente riguarderà le ordinate e ti consentirà di capire come mai l'ordinata del punto medio **M** di **AB** si ottiene come semisomma delle ordinate di **A** e di **B**. Prova da sola/o.

M[(x_B + x_A)/2; (y_B + y_A)/2]

2.2 Relazione fra lato e altezza in un triangolo equilatero



In un triangolo equilatero **ABC**, ciascuna delle altezze[4] relative a ciascun lato divide il triangolo in due **triangoli rettangoli** (per definizione di altezza) congruenti fra loro (per uno qualunque dei criteri di congruenza unito ai teoremi del triangolo isoscele[5]: un triangolo equilatero è infatti un caso particolare di triangolo isoscele).

Questi triangoli rettangoli (nel disegno **AHC** e **CHB**) hanno ipotenusa che misura quanto il lato del triangolo equilatero cioè **L** (ho utilizzato la lettera maiuscola perché il software utilizzato per il disegno aveva una *elle minuscola* che sembrava

$$h=\sqrt{L^2-\left(\frac{L}{2}\right)^2}=\sqrt{L^2-\frac{L^2}{4}}=\sqrt{\frac{4L^2-L^2}{4}}=\sqrt{\frac{3L^2}{4}}=\frac{\sqrt{L^2}\sqrt{3}}{\sqrt{4}}=\frac{L}{2}\sqrt{3}$$

[4] **DEF altezza** *di un triangolo relativa al lato* ***AB***: segmento **CH** vertice opposto a **AB** (cioè **C**) e l'altro sul lato **AB** stesso

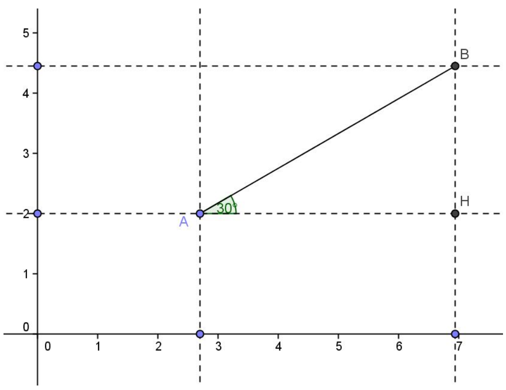
[5] *TEOREMI (THM) SUL TRIANGOLO ISOSCELE* **THM1** Condizi triangolo sia isoscele è che gli <u>angoli alla base siano congruenti</u>

THM2 CNS affinché un triangolo sia isoscele è che l'**altezza relativa alla base** sia anche **mediana** (passi per il puntomedio della base) e **bisettrice** (divida l'angolo opposto alla base in due angoli congruenti) un *uno*) e il cateto minore che misura metà del lato: **L/2** (**THM2** del triangolo isoscele).

Appicando il **Teorema di Pitagora** al triangolo **AHC** e svolgendo i conti[6] come mostrato a fianco ottieni la relazione fra lato e altezza in un triangolo equilatero (te la scrivo in tutti i modi in cui la puoi trovare): $h=\frac{L}{2}\sqrt{3}=\frac{L\sqrt{3}}{2}=L\frac{\sqrt{3}}{2}$. Questa relazione la puoi utilizzare per <u>trovare l'altezza quando conosci il lato</u>. Se invce <u>conosci l'altezza e ti viene chiesto il lato</u> puoi utilizzare la relazione che si ricava da quella (ne scrivo un'unica versione): $L=\frac{2h}{\sqrt{3}}$.

Una volta compresi i ragionamenti di cui sopra devi sapere che le relazioni trovate possono, anzi DEVONO, essere utilizzate in tutti quei casi in cui c'è un **triangolo rettangolo con un angolo acuto di 60° (o 30°)**.

Essendo infatti la somma delle misure degli angoli interni di un triangolo 180°, se un angolo misura 90° e un altro 60°, il terzo giocoforza misurerà di 30° (o 60°).



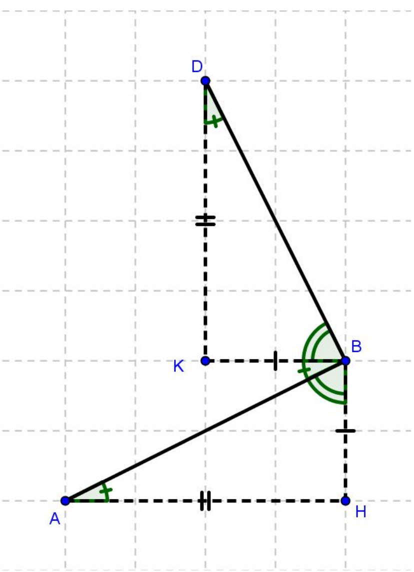
Questa configurazione di angoli si può trovare in contesti differenti. Ad esempio puoi avere un **segmento** inclinato di **30°** rispetto all'***adx***. Se proietti gli estremi del segmento sugli assi ottieni un triangolo rettangolo, **ABH**, metà di un triangolo equilatero di lato **AB**.

Conoscendo le coordinate di **A** e **B** puoi determinare la lunghezza di **AB** subito, senza fare particolari conti: **AB**=2**BH**=2(y_B-y_A) (**AH** è una delle altezze del triangolo equilatero di lato **AB**, lo vedi?).

Conoscendo la lunghezza ***L*** di **AB** e le coordinate di **A** puoi trovare le coordinate di **B**($x_A+L\sqrt{3}/2$; $y_A+L/2$), ecc...

2.3 Segmenti perpendicolari fra loro (e non paralleli agli assi)

<u>Comprendere quest'argomento è di fondamentale importanza per quanto viene dopo!</u>



Dato un segmento **AB**, se voglio costruire un segmento **perpendicolare** ad **AB** (nel caso particolare raffigurato nel disegno tale segmento ha un estremo in comune con **AB**, cioè è *consecutivo* ad **AB**, e si chiama **BD**) potrò procedere nel modo seguente (poniamo che la misura dell'angolo ***HAB***[7] sia α e la misura dell'angolo ***HBA*** sia β):

1. Tracciate le proiezioni di **A** e **B** sugli assi resta individuato il triangolo rettangolo **AHB**
2. Come in tutti i triangoli rettangoli *la somma delle misure degli angoli acuti (**HAB** e **HBA**, in questo caso) è 90°* perché in untriangolo la somma delle misure dei tre angoli interni è sempre 180° e, essendoci in un triangolo rettangolo un angolo di 90°, si avrà:

$$\alpha+\beta+90°=180° \text{ da cui : } \alpha+\beta=90°$$

[6] **Per svolgere correttamente questi calcoli** bisogna sapere effettuare la potenza di una frazione (la potenza di un quoziente è il quoziente delle potenze), la somma di frazioni (trasformazione in frazioni equivalenti con lo stesso denominatore: il minimo comun denominatore, in sigla: mcd, che: "*il radicale di un prodotto è il prodotto dei radicali*" e "il radicale di un quoziente è il quoziente dei radicali" e la definizione di radicale... Se non sai queste cose trova il modo di ripassarle, con l'aiuto dei compagni o dell'insegnante.

[7] ***HAB*** (in corsivo per distinguerlo dal triangolo HAB, non avendo a disposizione i simboli necessari) indica l'angolo di vertice A e lati HA e BA. La convenzione prevede infatti che la lettera centrale si riferisca a l vertice dell'angolo mentre le altre due a punti su lati differenti dell'angolo.

3. Se tracci il triangolo rettangolo **BKD** ***congruente***[8] al triangolo **AHB**, con il vertice coincidente **B** e il cateto **KB** parallelo al lato **AH**, otterrai che le **ipotenuse AB** e **BD saranno perpendicolari**.

Perché? Perché gli angoli ***BAH*** e ***ABK*** sono **congruenti** in quanto ***alterni interni*** rispetto alle parallele **AH** e **BK** tagliate dalla trasversale **AB**.

Perciò l'angolo ***ABD*** (quello formato dai due segmenti che vogliamo siano perpendicolari) è dato dalla *somma* dell'angolo ***ABK*** che abbiamo appena detto misurare α e dell'angolo ***KBD*** che misura β in quanto **congruente**, *per costruzione*, all'angolo ***HBA***.

La misura dell'angolo ***ABD*** è pertanto 90°, come spiegato al punto **2** del ragionamento ora riproposto.

2.4 Terne pitagoriche (servono a risparmiarsi conti inutili!)

Una terna pitagorica (TP) è una terna di numeri (a,b,c) legati dalla relazione: $a^2+b^2=c^2$ e cioè, se tali numeri sono misure di lati di triangoli, dal Teorema di Pitagora.

La terna più semplice e famosa è data dai numeri (3,4,5). In effetti (fai i conti): $3^2+4^2=5^2$. Ma ve ne sono anche altre di TP: una rapida ricerca in Internet te ne convincerà...

E' interessante osservare che anche multipli di (3,4,5), in ragione di uno stesso *fattore di molteplicità*: ($3n$,$4n$,$5n$) sono una TP, e cioè verificano la relazione: $a^2+b^2=c^2$.

Infatti da $(3n)^2+(4n)^2=(5n)^2$, applicando le *proprietà delle potenze* e la *proprietà invariantiva* si ottengono le seguenti **eguaglianze equivalenti**: $3^2n^2+4^2n^2=5^2n^2$ ➔ $(3^2+4^2)n^2=5^2n^2$ ➔ $3^2+4^2=5^2$ che hai già verificato essere è VERA.

3 *Equazione* di una retta parallela ad uno degli assi cartesiani

- Rappresenta su di un piano cartesiano i seguenti punti: **P**(-3;-4) **Q**(-3;0) **R**(-3;1) **S**(-3;2).

La *caratteristica comune ai punti* P,Q, R e S è che *hanno l'ascissa che vale* -3"

Unendo i punti P, Q, R, S, ottieni il segmento PS (o tre segmenti adiacenti: PQ, QR e RS)

Prolungando **RS** *verso l'alto* e **PQ** *verso il basso* all'*infinito*, ottieni la retta r_{PS}

- In linguaggio matematico la **caratteristica** comune a **tutti** e **soli i punti**[9] appartenenti alla *retta* r_{PS} si scrive: $x=-3$ che si chiama **equazione rappresentativa della retta** r_{PS}

Osserva la **posizione di tale *retta* rispetto a ciascuno degli assi cartesiani**: è ortogonale all'*asse delle x* ed è parallela *all'asse delle y.*

Disegnando rette parallele alla retta r_{PS} e osservando su ciascuna di queste le coordinate dei loro punti si osserva che tali punti hanno stessa ascissa. L'elemento che distingue tali rette l'una dall'altra è Il *valore numerico* di tale ascissa

Rappresenta sullo stesso piano cartesiano i punti: **A**(0;-4) **B**(0;0) **C**(0;1) **D**(0;2).

Cosa osservi? Stanno tutti sull'asse delle *y* che, in effetti è parallelo a sé stesso!

L'**equazione rappresentativa dell'*ady*** sarà dunque: $x=0$

- Le rette dello stesso tipo di r_{PS}, cioè parallele all'*ady*, compreso l'*ady* stesso, hanno tutte un'equazione rappresentativa che ha la stessa forma $x=a$ con $a\in\Re$

Rappresenta su di un piano cartesiano i seguenti punti: **P'**(-3;3) **Q'**(1;3) **R'**(2;3) **S'**(4;3) .

La *caratteristica comune ai punti* P',Q', R' e S' è che *hanno l'ordinata che vale* 3"

---

[8] In geometria due figure si dicono **congruenti** (dal latino *congruens*: concordante, appropriato), quando è possibile sovrapporre perfettamente una sull'altra mediante una traslazione o rotazione o riflessione (o una qualunque composizione di queste trasformazioni che si chiamano isometrie).

In geometria due **triangoli** si dicono **congruenti** se e solo se hanno tutti i lati e tutti gli angoli uguali.

[9] Comune alle coordinate di tali punti

L'equazione rappresentativa della retta $\boldsymbol{r_{P'S'}}$ sarà pertanto: y=3

Osserva la **posizione di tale *retta* rispetto a ciascuno degli assi cartesiani**: è ortogonale all'*asse delle y* ed è parallela *all'asse delle x.*

Disegnando rette parallele alla retta $\boldsymbol{r_{P'S'}}$ e osservando su ciascuna di queste le coordinate dei loro punti si osserva che tali punti hanno stessa ordinata. L'elemento che distingue tali rette l'una dall'altra è Il *valore numerico* di tale ordinata

Rappresenta sullo stesso piano cartesiano i punti: **A'**(2;0) **B'**(-4;0) **C'**(0;0) **D'**(1;0).

Cosa osservi? Stanno tutti sull'asse delle *x* che, in effetti è parallelo a sé stesso!

L'**equazione rappresentativa dell'*adx*** sarà dunque: *y*=0

- Le rette dello stesso tipo di $\boldsymbol{r_{P'S'}}$, cioè parallele all'*adx*, compreso l'*adx* stesso, hanno tutte un'equazione rappresentativa che ha la stessa forma *x*=*b* con $b \in \Re$

SIMBOLOGIA CONVENZIONALE Attenzione: quando ti troverai a dover indicare negli esercizi l'equazione di rette che rispettano richieste dall'esercizio, il linguaggio convenzionale è il seguente: dovrai indicare il "nome della retta" (può essere già assegnato dal testo dell'esercizio o lo puoi attribuire tu utilizzando per esempio la lettera r con al *pedice* due punti della retta) seguito dai "due punti" (che si leggono: "ha equazione") e dall'equazione stessa. Riepilogando quando detto sinora avremo dunque:

$r_{//\,ady} : x = a \mid a \in \Re$ (e, in particolare) *ady* : *x*=0 La sbarra verticale dopo *a* si legge: "tale che"

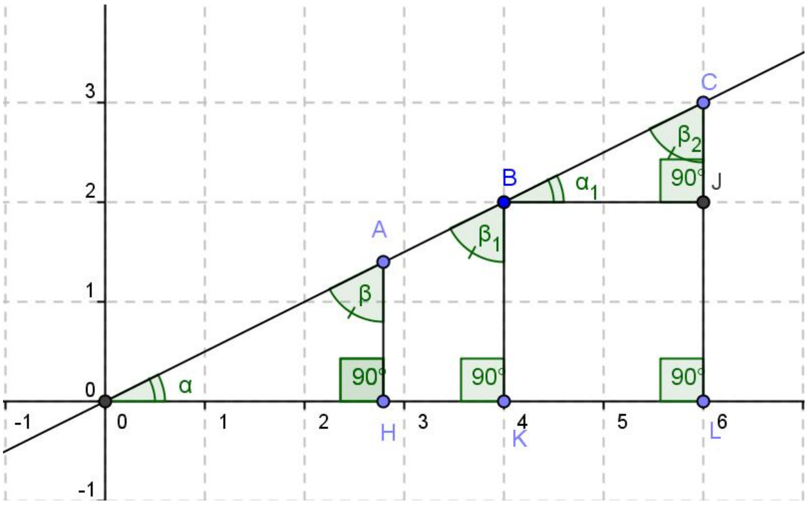
$r_{//\,adx} : y = b \mid b \in \Re$ (e, in particolare) *adx* : y=0

4 Equazione di una retta passante per l'origine. Pendenza di una retta.

I procedimenti seguiti fin qui conducono ad alcune conclusioni: quando si stabilisce sul *piano* un riferimento cartesiano si trova che (guarda i disegni sul tuo quaderno):

- Ad ogni punto del piano corrisponde una coppia di numeri (e viceversa)
- Ad una *retta parallela ad uno degli assi cartesiani* corrisponde un'*equazione*
- L'**equazione** di **una retta** esprime *con una formula matematica* **la proprietà comune** a ***tutti*** *e* ***soli*** **i punti**[10] che *appartengono* a **quella retta**

Quando una retta è parallela ad uno degli assi è facile scriverne l'equazione perché è facile trovare la *proprietà che caratterizza i suoi punti*. Quando la **retta** è **passante** per **l'origine**?



- Disegna sul tuo foglio la retta ***a*** passante per **O**(0;0) e per **A**(4;2). Immagina di poter *muovere* un punto **P**(*x;y*) lungo tale retta. Mentre **P** si muove la sua *ascissa x* e la sua *ordinata y* cambiano continuamente; eppure c'è qualcosa che caratterizza il percorso lungo retta ***r*** : nel suo moto **P** non effettua nessuna *variazione di inclinazione*.

Presi comunque punti sulla retta, perciò, questi sono *estremi di segmenti che giacciono sulla stessa retta*.

[10] **Tutti** i punti le cui coordinate verificano *l'equazione rappresentativa della stessa* sono punti della retta e, viceversa, **solo** i punti della retta hanno coordinate che verificano *l'equazione rappresentativa della stessa*, cioè se un punto non appartiene ad una retta allora le sue coordinate non verificheranno mai l'equazine della retta.

Se proiettiamo i punti **A**, **B**, **C** sull'*adx*, i segmenti di cui sono estremi ci "appaiono" come ipotenuse di triangoli rettangoli **SIMILI** (**OHA**, **AKB**, **ALC**, ma anche **BJC**).

DEF Due poligoni sono **simili** se hanno <u>stesso numero di lati, angoli corrispondenti congruenti, lati corrispondenti in proporzione.</u>

Cioè due poligoni sono simili se hanno "stessa forma" anhe se dimensioni differenti.

Si dimostra che due **triangoli** sono **simili** se e solo se hanno **angoli corrispondenti congruenti**. I triangoli **OHA**, **AKB**, **ALC**, **BJC** hanno gli angoli congruenti infatti:

OHA, **AKB**, **ALC** hanno α in comune, un angolo di 90° e quindi il terzo angolo congruente per differenza di angoli congruenti. Per quel che riguarda **BJC**, α e α_1 sono congruenti perché corrispondenti relativamente alle parallele r_{BJ} e ***adx*** tagliate dalla trasversale r_{OA} e per gli altri angoli vale il discorso fatto precedentemente.

OHA, **AKB**, **ALC**, **BJC**, essendo simili, hanno i **lati corrispondenti in proporzione**. Ciò vuol dire che sono uguali, in particolare, i seguenti rapporti:

AH / OH = BK / OK = CL / OL = CJ / BJ

<u>Tale rapporto costante si indica convenzionalmente con la lettera ***m*** e si chiama **pendenza**.</u>

La pendenza di una strada è una nozione abbastanza comune (cfr cartelli stradali): si ha:

$$pendenza = \frac{aumento\ di\ quota}{spostamento\ orizzontale}$$

ES  Pendenza $= \frac{10}{100} = 10\,\%$

Essendo la pendenza della retta ***a*** <u>costante</u>, per conoscerla basterà aver percorso **OA**.

Si ha così: spostamento orizzontale = 2 Aumento di quota = 4. Perciò la pendenza della retta ***a*** è data dal numero 2=4:2, e questo vale per qualunque suo punto: $\frac{y}{x} = 2$, e ciò è vero anche per i punti del **III** quadrante.

In definitiva P(*x;y*) percorre la retta ***a se e solo*** se risulta *y* = 2*x* e questa è proprio l'**equazione della retta *a***

- La retta **a** ovviamente <u>non è la sola che passa per **O**</u>. Per esempio disegna la retta **b** che passa per **B**(2;3) e la retta **c** che passa per **C**(2;1). Trova la pendenza e scrivine l'equazione.

Pendenza di ***b*** = $\frac{3}{2}$ Equazione ***b*** : *y* = $\frac{3}{2}$ *x*; Pendenza di ***c*** = $\frac{1}{2}$ Equazione ***c*** : *y* = $\frac{1}{2}$ *x* ......

Ora disegna la retta ***d*** che passa per **O** e **D**(2;-4). Cosa osservi? Ad uno spostamento orizzontale = 2, che aumento di quota corrisponde? -4

La **pendenza** della retta ***d*** sarà dunque **negativa** e varrà: -2 Equazione di ***d*** : *y* = -2 *x*

Le rette passanti per l'origine che stanno in II e IV Q avranno **pendenza negativa**.

Si può finalmente arrivare ad una conclusione di carattere generale: una retta che passa per **O** avrà *quasi* sempre (tranne che per *ady*) equazione del tipo :*y* **=** ***m****x* (con: ***m***=*y*/*x*)

Le lettere *x*, *y* e *m* che compaiono nell'equazione hanno il seguente significato:

- Le lettere *x* ed *y* indicano *l'ascissa e l'ordinata di un punto P(x;y) che percorre la retta*
- La lettera *m* indica la **pendenza della retta** L'asse delle *x* ha pendenza che vale: 0 perché per ogni suo punto l'aumento di quota, che sta al numeratore, è 0.
- *L'asse delle y* ha pendenza <u>che non si può calcolare</u> perché per ogni suo punto lo spostamento orizzontale, che sta al denominatore, vale 0.

EX4 Disegna le rette passanti per **O** e per **A**(2;2) e per **O** e per **B**(-2;-2) e scrivi le equazioni.

Ovviamente tali rette sono le due bisettrici. ***bis I-IIIQ***: *y=x* e ***bis II-IVQ*** : *y=-x.*

5 Equazione di una retta nel piano cartesiano

- Disegna, in un riferimento cartesiano Oxy *opportuno*, la retta ***a*** della scheda **4**, passante per **O**(0;0) e per **A**(2;4), e la retta ***a'*** passante per i punti **B**(0;3) e **A**'(2;7).

L'equazione di ***a*** è: $y = 2x$. Vediamo come si può arrivare a scrivere l'equazione di ***a'***.

Osserva la posizione reciproca delle due rette. Cosa noti? Sono **parallele.**

Riesci a vedere in che modo, <u>*muovendo*</u>[11] la retta ***a***, la puoi portare a sovrapporsi con ***a'*** ?

In definitiva la retta ***a'*** è stata ottenuta traslando la retta ***a***.

Questo fatto, che conseguenze ha sulle coordinate dei punti di ***a'*** e sulla sua equazione? (confronta le coordinate di **O** e **B** e le coordinate di **A** e **A'**). La traslazione aggiunge 3 all'<u>ordinata</u> di **ciascun** punto di ***a*** .

In generale, il punto P($x;2x$) che percorre ***a***, *diventa* il punto P'(x; $2x$ +3) che percorre ***a'***.

Della retta ***a'*** si può dunque dire che:

- ha pendenza 2; interseca l'asse delle y in **B**(0;3); ha equazione : $y = 2x+3$

- Se traslassimo ***a*** di -3, invece che di +3, otterremmo una retta che:

- ha pendenza 2; interseca l'asse delle y in (0;-3).; ha equazione: $y = 2x-3$

Gli esempi precedenti suggeriscono delle conclusioni di carattere generale:

*Disegnata sul piano cartesiano una retta **r** con le seguenti caratteristiche:*

pendenza ***m*** ; intersezione con l'asse delle y in **Q**(0;***q***)

si troverà che la retta ***r*** ha equazione: $y=\boldsymbol{m}x+\boldsymbol{q}$

- Nell'equazione precedente si possono <u>trovare, come casi particolari anche *alcune* delle equazioni incontrate</u> nelle schede **3** e **4**. Si ha infatti che:

- Per le rette che passano per **O**(0;0) si ha che ***q*** = 0 perciò l'equazione diventa: $y=\boldsymbol{m}x$
- Per l'asse delle x si ha <u>anche</u> ***m*** = o, perciò l'equazione diventa: $y=0$
- Per le rette parallele all'asse delle x, che incontrano l'asse delle y in **Q**(0;**q**), la pendenza è sempre ***m*** = 0 Dunque l'equazione diventa: y=***q***

N.B. Le equazioni ***x = a*** <u>non sono casi particolari</u> della ***y = mx + q***. Per le rette di questo tipo infatti, si presenta la *stessa situazione dell'asse delle y*: <u>non è possibile calcolarne la pendenza</u> e perciò l'equazione non si può ottenere dalla ***y = mx + q*** .

Si ottiene invece la loro equazione osservando direttamente che tutti i punti che appartengono loro sono <u>caratterizzati dall'avere la stessa ascissa</u>.

<u>L'equazione di una retta nel piano cartesiano</u> si presenta in una delle forme seguenti:

y = mx + q opp ***x = a***

EX Disegna ***s***: $x=-\frac{3}{5}$; ***t***: $y=\frac{2}{3}x-\frac{7}{5}$ per disegnare **t** completa la seguente tabella:

x	0	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$
y $=\frac{2}{3}x-\frac{7}{5}$	$-\frac{7}{5}$	$1-\frac{7}{5}=-\frac{2}{5}$	$-1-\frac{7}{5}=-\frac{12}{5}$

- Trova il punto di ***t*** avente ascissa $\frac{21}{10}$. Cosa osservi? Ha *ordinata* 0: è il **punto d'intersezione della retta con l'*adx*.**

[11] Far scivolare una retta senza modificarne la pendenza in "matematichese" si dice **traslarla**

6 Dall'equazione di una retta al suo grafico e viceversa

Per disegnare correttamente una retta **r** : $y=\boldsymbol{m}x+\boldsymbol{q}$ di equazione data è indispensabile trovarne l'intersezione con l'*adx* . Come procederesti? L'intersezione con l'*adx* è un punto di ordinata 0. Imponendo nell'equazione che *y* sia 0 otterremo un'equazione in *x* la cui soluzione ci darà l'ascissa del punto della retta con ordinata 0, appunto (cfr nota 3).

Se preferisci puoi seguire un ragionamento diverso. Premesso che la *soluzione di un sistema lineare in due incognite ha come significato geometrico l'intersezione delle rette rappresentate dalle due equazioni*, puoi trovare il punto d'intersezione di una retta con l'*adx* ponendo a sistema l'equazione $y=\boldsymbol{m}x+\boldsymbol{q}$ con l'equazione y=0

E fin qui abbiamo seguito un percorso per chiarire la relazione fra *equazione di una retta* e *grafico* di questa. Vediamo ora come utilizzare le informazioni acquisite per risolvere alcuni esercizi. Gli esercizi base sulla retta possono essere, per ora, del tipo:

EX6 "Data l'equazione della retta r: $y=3x+5$ *disegna* il grafico corrispondente." Come procederesti? **suggerimento**: puoi utilizzare i contenuti della *nota 3* e quindi la **relazione intercorrente fra equazione e coordinate dei punti** (il cosiddetto "metodo della tabella"), oppure il fatto che *per due punti passa una sola retta* e quindi trovare le **intersezioni con gli assi** e congiungerle. (**N.B.** Le intersezioni con gli assi vanno trovate comunque...)

Disegna le rette di equazione (dai loro nomi progressivi: $r_1;r_2;etc.$):

$$y=3x-5\,;\ y=-3x+5\,;\ y=-3x-5\,;\ y=\frac{1}{3}x+4\,;\ y=\frac{1}{3}x-4\,;\ y=-\frac{1}{3}x+4\,;\ y=-\frac{1}{3}x-4$$

EX7 "Dati i due punti **A**($x_A;y_A$) e **B**($x_B;y_B$) disegna la retta passante per **A** e **B** (r_{AB}) e *scrivine l'equazione rappresentativa*". Anche in questo caso si può procedere in due modi.

Innanzitutto puoi osservare che r_{AB} non è parallela agli assi cartesiani e non passa per O, quindi la sua equazione sarà del tipo: $y=\boldsymbol{m}x+\boldsymbol{q}$. *x* e *y* sono due **variabili** che indicano le *coordinate di un generico punto che si muove lungo la retta*. Scrivere l'equazione di r_{AB} significa dunque attribuire un valore numerico *determinato* ai **parametri *m* e *q***.

Per comprendere ciascun metodo risolutivo è indispensabile aver compreso il significato della nota 3 quindi rivediamolo: c'è una *corrispondenza biunivoca* fra coordinate dei punti della retta e soluzioni dell'equazione della retta stessa. Ciò vuol dire che le coordinate di ciascun punto della retta, se sostituite rispettivamente ad *x* ed *y* dell'equazione della retta, danno origine ad un'uguaglianza vera. E sono solo i punti della retta ad avere questa caratteristica: se prendo un punto esterno e sostituisco le coordinate otterrò un'uguaglianza falsa (per convincertene prova con le rette che hai già disegnato)

I modo (trova la pendenza e poi *imponi il passaggio per un punto* per trovare ***q***)

Individua **A** e **B** sul piano cartesiano e proiettali su *adx* e *ady*

Indica con **H** il punto d'intersezione fra: proiezione di **B** su *adx* e prolungamento della proiezione di **A** sull'*ady*.

Viene così a formarsi un triangolo rettangolo: **AHB**, retto in **H**.

Osservando questo triangolo e ricordando quel che abbiamo detto della pendenza di una retta, secondo te, come si trova la pendenza di r_{AB} ? $m_{AB}=\dfrac{BH}{AH}=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

Ora che hai m_{AB} Puoi scrivere l'equazione della retta così: $y=m_{AB}x+\boldsymbol{q}$

Devi trovare ***q***. Sfrutta il fatto di conoscere le coordinate di due punti della retta (ne basterebbe uno, per questo passo) e la nota 3: $y_A=m_{AB}\ x_A+\boldsymbol{q}$ quindi: $\boldsymbol{q}=y_A-m_{AB}\cdot x_A$. Ovviamente avrei avuto lo stesso risultato sostituendo le coordinate di B.

II modo (*imponi il passaggio per i punti* e usa la *proprietà invariantiva dell'uguaglianza*[12])

Sostituendo le coordinate sia di **A** che di **B** nell'equazione generica

"*eq1*": $y=\boldsymbol{m}x+\boldsymbol{q}$ ottengo altre due uguaglianze VERE:

"*eq2*": $y_A=\boldsymbol{m}\cdot x_A+\boldsymbol{q}$ e

"*eq3*": $y_B=\boldsymbol{m}\cdot x_B+\boldsymbol{q}$.

Per la proprietà invariantiva posso sottrarre "membro a membro" i termini di tali eguaglianze e ottenere eguaglianze equivalenti:

"*eq1-eq2*": $y- y_A =\boldsymbol{m}x-\boldsymbol{m}\, x_B =\boldsymbol{m}(x- x_B)$ ($\boldsymbol{q}$ è stato sottratto) e:

"*eq2-eq3*": $y_A - y_B = \boldsymbol{m}\, x_A-\boldsymbol{m}\, x_B = \boldsymbol{m}\, (x_A-\boldsymbol{m}\, x_B)$

A questo punto, sempre per la proprietà invariantiva posso dividere membro a membro tali uguaglianze nuove e trovare quello che cercavo (***m*** si semplifica):

$\dfrac{"eq1-eq2!"}{"eq2-eq3"}$ e cioè: $\dfrac{y-y_A}{y_B-y_A}=\dfrac{x-x_A}{x_B-x_A}$.

A questo punto, grazie all'ottima proprietà invariantiva posso "moltiplicare in croce" o effettuare altri tipi di calcoli e ottenere l'equazione della retta cercata che, salvo errori di calcolo, deve essere identica a quella trovata con il **I) metodo**

7 simmetrie applicate alle rette: rette parallele e rette perpendicolari

Abbiamo già visto che le **pendenze** di **rette parallele** sono UGUALI. Andiamo ad indagare come sono legate le pendenze di rette fra loro legate dalle simmetrie studiate:

Proviamo a vedere cosa succede se applichiamo le ***equazioni delle simmetrie*** di un punto all'equazione di una retta. Scegli se utilizzare l'equazione generica o un'equazione particolare, es: ***t***: $y=\frac{2}{3}x-\frac{7}{5}$ ma segui le tappe seguite insieme: *rette parallele agli assi*, *rette passanti per l'origine, rette in posizione generica*. Si tratta di applicare le equazioni delle simmetrie alle equazioni delle rette. Per esempio: la simmetria rispetto ad *adx* si ottiene lasciano *x* invariata e mandando *y* in *–y*? Nell'equazione di una retta questo significherà che: $y=\boldsymbol{m}x+\boldsymbol{q}$ diviene: $-y=\boldsymbol{m}x+\boldsymbol{q}$ cioè, dividendo entrambi i membri per -1:

La simmetrica rispetto all'*adx* di **r**: $y=\boldsymbol{m}x+\boldsymbol{q}$ è **r**': $y=-\boldsymbol{m}x-\boldsymbol{q}$, e di **p**: $x=\boldsymbol{a}$ è **p**': $x=\boldsymbol{a}$

Una retta e la sua simmetrica rispetto all'*adx* hanno dunque **pendenza opposta**, intersezione con l'*ady* opposta e intersezione con l'*adx* coincidente.

La simmetrica rispetto all'*ady* di **s**: $y=\boldsymbol{m}x+\boldsymbol{q}$ è **s'**: $y=-\boldsymbol{m}x+\boldsymbol{q}$, di una retta **q**: $x=\boldsymbol{a}$ è **q'**: $x=-\boldsymbol{a}$

In questa simmetria infatti *x* va in *–x*!

Una retta e la sua simmetrica rispetto all'*ady* hanno dunque **pendenza opposta** intersezione con l'*ady* coincidente e intersezione con l'*adx* opposta.

La simmetrica rispetto ad **O** di **t**: $y=\boldsymbol{m}x+\boldsymbol{q}$ è **t**': $y=\boldsymbol{m}x-\boldsymbol{q}$, e di **h**: $x=\boldsymbol{a}$ è **h'**: $x=-\boldsymbol{a}$

In questa simmetria infatti *x* va in *–x* e *y* in *-y* *cioè* **t'**: $-y=\boldsymbol{m}(-x)+\boldsymbol{q}$ e poi non resta che dividere ambo i termini per -1.

Una retta e la sua simmetrica rispetto ad **O** hanno dunque **stessa pendenza** intersezione con l'*ady* opposta e intersezione con l'*adx* opposta.

---

[12] Data un'uguaglianza vera: A=B sono vere anche le seguenti eguaglianze che saranno dette equivalenti ad A=B:

A+C=B+C ; A-C=B-C ; AC=BC ; $\frac{A}{C}=\frac{B}{C}$

La simmetrica rispetto a *bis*I-III**Q** di **v**: *y*=***m****x*+***q*** è **v**': $y=\frac{1}{m}x-\frac{q}{m}$, e di **i**: *x*=***a*** è **i**': *y*=***a***

In questa simmetria infatti *x* va in *y* e *y* va in *x*: **v'**: *x*=***m****y*+***q*** , cioè: **v'**: ***m****y*=*x*-***q*** ecc

Una retta e la sua simmetrica rispetto alla *bis*I-III**Q** hanno dunque **pendenza inversa** e scambiano intersezione con l'*ady* con intersezione con l'*adx*.

La simmetrica rispetto a *bis*II-IV**Q** di **w**: *y*=***m****x*+***q*** è **w**': $y=\frac{1}{m}x+\frac{q}{m}$, e di **k**: *x*=***a*** è **k**': *y*=-***a***

In questa simmetria infatti *x* va in -*y* e *y* va in -*x*: **w'**: -*x*=***m***(-*y*)+***q*** , cioè: **w'**: ***m****y*=*x*+***q*** ecc

Una retta e la sua simmetrica rispetto alla *bis*II-IV**Q** hanno dunque **pendenza inversa** e scambiano intersezione con l'*ady* con l'opposta dell'intersezione con l'*adx*.

EX Ora disegna su uno stesso piano cartesiano le seguenti rette

s: $y=-\frac{3}{5}x$; ***s'***: $y=\frac{3}{5}x$; ***s''***: $y=-\frac{5}{3}x$; ***s'''***: $y=\frac{5}{3}x$

e individua in che modo passare da ***s*** alle altre, mediante simmetrie ANCHE SUCCESSIVE.

In particolare, in che posizione reciproca sono ***s*** ed ***s'''***? sono perpendicolari (la **DIM** sotto)

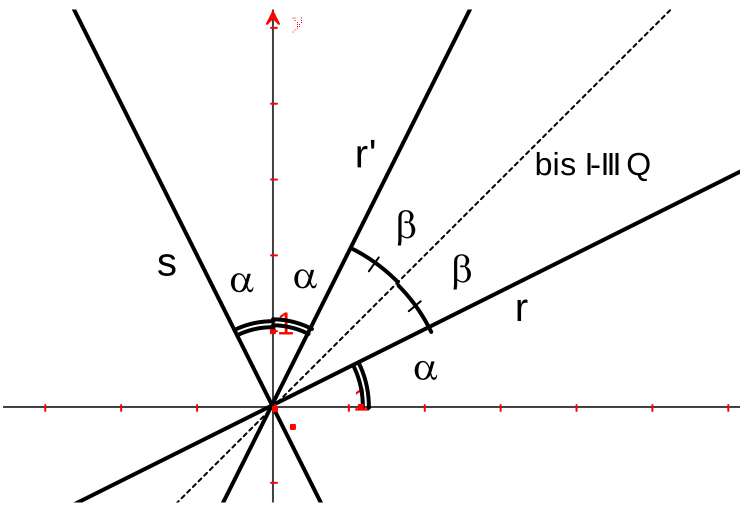
Dette ***m*** ed ***m'''*** le pendenze di ***s*** ed ***s'''*** da che relazioni sono legate? $m'''=-\frac{1}{m}$

Questo fatto continuerà a valere per rette <u>non</u> passanti per l'origine? SI' perché la perpendicolarità è una questione inerente la pendenza e l'elemento che esprime la pendenza della retta è ***m***

E per rette parallele agli assi? NO perché sappiamo che l'inverso di 0 (la pendenza delle rette parallele all'*adx*) non esiste e, specularmente, sappiamo di non poter attribuire una pendenza reale alle rette parallele all'*ady*

A questo punto puoi enunciare "il **criterio di perpendicolarità**. "Data una retta ***r*** di pendenza ***m***, <u>finita e non nulla</u>, una retta ***s***, di pendenza ***m'***, sarà perpendicolare (o ortogonale o normale: sono sinonimi) ad ***r*** se e solo se sarà: $m=-\frac{1}{m'}$ opp: $m'=-\frac{1}{m}$

DIM Data la retta ***r*** voglio dimostrare che la retta ***s***, ottenuta come simmetrica di ***r'*** rispetto a *ady*, dove ***r'*** è simmetrica di ***r*** rispetto a ***bisI-IIIQ***, sia perpendicolare ad ***r***. Questo perché, come puoi verificare applicando le suddette simmetrie , ***r*** ed ***s*** hanno, le pendenze che sono una l'***inverso dell'opposto*** dell'altra.



La retta ***r*** forma l'angolo α con *adx.*

$r\hat{O}bis=bis\hat{O}r'=\beta$ perché ***r*** ed ***r'*** sono simmetriche rispetto a ***bis***

$r'\hat{O}ady=ady\hat{O}s=\alpha$ perché ***r'*** ed ***s'*** son simmetriche rispetto *ady* e perché ***r*** ed ***r'*** sono simmetriche rispetto a ***bis***

2α2β=90° per definizione di riferimento cartesiano.

$r\hat{O}s=2\alpha+2\beta=90°$

cvd

(spero non ci fosse identica sul libro!)

Allegato1. Rappresentare frazioni su una retta

Le frazioni hanno origini molto antiche perché servono a risolvere problemi del tipo:

1. *Dividere una "cosa" in più parti*; ad esempio: dividere un dolce fra più persone**,** dividere un terreno fra più eredi**,** dividere il denaro disponibile fra varie spese.
2. *Dividere più "cose uguali" fra più persone*, ad esempio dividere 5 pagnotte fra 7 persone

In entrambi i casi precedenti si intende la **frazione** come *sintesi* di operazioni da compiere su una *cosa* o *più cose uguali.* Si rappresenta con il simbolo: $\frac{a}{b}$ dove ***b*** è il ***denominatore*** e indica in quante *parti uguali* dividere la *cosa* (o *le cose uguali*), ***a*** è ***numeratore*** e indica quante di quelle *parti uguali* della *cosa* (o delle *cose uguali*) bisogna "prenderne".

Le operazioni di cui $\frac{a}{b}$ è *sintesi* sono pertanto: divisione (per ***b***) e moltipolicazione (per ***a***)

Ma c'è un altro significato che si può attribuire al simbolo $\frac{a}{b}$:

3. Una frazione è infatti anche un modo per scrivere in **maniera esatta**[13] (cioè non approssimata) il **risultato di una divisione** (un **rapporto**), è cioè un NUMERO**.**

Nel rappresentare un **numero**, espresso come frazione, su una retta ci dobbiamo servire però del *primo significato* di frazione indicato. La *cosa* da dividere, in questi caso, sarà il segmento che scegliamo come ***udm***, e che corrisponderà ad un *certo numero di quadretti*.

Di più: sceglieremo tale ***udm*** in modo tale da poter essere divisa in modo "comodo" dal denominatore della frazione che dobbiamo rappresentare. Vediamo degli esempi:

ES1 Dobbiamo rappresentare la frazione 2/3. L'***udm*** sarà meglio sceglierla costituita da un numero di quadretti multiplo di 3: 3, 6, ecc... Se decidiamo che l'***udm***, perciò il numero **1**, corrisponde, per esempio, a 3 quadretti. 2/3 corrisponderà a: **1** diviso per tre (un quadretto) preso due volte. Cioè 2/3 corrisponderà a 2 quadretti.

ES2 Dobbiamo rappresentare la frazione 11/6. Ora, il fattore 2 al denominatore, come spiegato nelle **nota 1**, mi conduce ad un risultato esatto in qualunque divisione, magari con la virgola, ma esatto. Il problema quindi è rappresentato dal fattore 3.

Ho due possibilità allora: o scelgo come ***udm*** **6** quadretti (se il problema me lo consente, e cioè se, considerati gli altri elementi da rappresentare, il disegno entra nel foglio) e in quel caso 11/6 corrisponderà a 11 quadretti (1 diviso 6 dà di nuovo 1 quadretto perché questa volta 1 corrisponde a 6 quadretti; devo moltiplicarlo per 11, così ho 11 quadretti) oppure mi fafccio bastare come ***udm*** 3 e vediamo che succede: Dividendo 1 che vale 3 quadretti per 6, ho ½, cioè mezzo quadretto, moltiplicando mezzo quadretto per 11 avrò quindi 5 quadretti e mezzo. Così, se l'udm è 3 quadretti, 11/6 corrisponderà a 5 quadretti e mezzo.

EX *Rappresenta le seguenti frazioni* *su una stessa* ***retta***: $\frac{5}{6};\frac{2}{3};\frac{1}{2};\frac{3}{4}$

Suggerimento. Puoi svolgere questo esercizio in più modi, anzi ti consiglio di provarli tutti n modo da poterli confrontare: o scegli come udm il mcm (minimo comun moltiplicatore) fra i denominatori, o scegli 6 e ti arrangi con le sottoporzioni di quadretti.

[13] Il numero espresso dalla frazione infatti potrebbe essere anche espresso in **forma decimale**. In questo secondo caso avremo però un **risultato esatto** se e solo se il denominatore della frazione ha come *fattori primi* solo **2** e/o **5**, (ES: 8, 20, 25, 10, ecc) in caso contrario (basta un solo fattore che non sia 2 o 5, ES: 6, 15, 14, ecc) il decimale sarà *periodico* e quindi, utilizzandolo nei calcoli, otterremo solo un **risultato approssimato**.

Questo perché il nostro sistema di numerazione è un sistema in base 10, e i fattori di 10 sono 2 e 5. E' come perciò se 2 e 5 fossero i "mattoncini" costitutivi di tutti i numeri: "ci stanno dentro" un numero finito di volte!