brano1: **REM – *Losing my religion***

Puntata del 21/03/2011 – QUADRILATERI

Riprendiamo la **struttura della geometria** euclidea che ne abbiamo parlato un po' di corsa e invece è importantissima (in puntata traccio un parallelo fra la costruzione di un edificio e la matematica in genere e la geometria: da ascoltare!)

CFR puntata precedente "i fondamenti della geometria euclidea"

PIJI, che cos'è un trapezio?

TRAPEZI e definizioni "libere" (fino ad un certo punto, però!)

V ginnasio liceo classico a.s. 2007-2008. Do la definizione di Trapezio: "il trapezio è un quadrilatero che **ha almeno** due lati paralleli"

Brano2 ***Max Manfredi – Retsina***

Brano3 ***De Gregori – Niente da capire***

Monica: "sapevo che il trapezio ha ***solo*** **due lati paralleli (le basi)**".

È interessante (e lecita) questa definizione che tende a escludere i parallelogrammi dalla classe dei trapezi. Se voglio distinguere i parallelogrammi dai trapezi direi che è un'ottima definizione. Ma perché dovrei distinguere i parallelogrammi dai trapezi? In fondo la formula dell'area di un parallelogramma si può ottenere come caso particolare di quella dei trapezi quando le due basi sono congruenti.

IO: "Se definisco un **trapezio** come un **quadrilatero che ha *almeno* due lati paralleli**, posso affermare che i parallelogrammi sono trapezi particolari, così come i rombi e i rettangoli sono parallelogrammi particolari. Ciò consente un'economia di pensiero notevole: tutte le proprietà dei trapezi sono anche proprietà dei parallelogrammi."

Monica non ci sta! Così diventa trapezio quel che non è trapezio! E quel che era trapezio non lo è più….

IO: "La matematica è bella perché lascia, all'atto del definire, molta libertà. Quanta? Tutta quella che si vuole, purché si evitino contraddizioni. E insisto: se un trapezio è un quadrilatero con almeno due lati paralleli, allora il parallelogramma è un trapezio.

Attenzione, però: se accettiamo questa definizione di parallelogramma, che definizione posso dare di **trapezio isoscele**? Supponiamo che Monica e io ci troviamo d'accordo nel dire che si tratta di un trapezio con due lati (Monica direbbe "obliqui") congruenti.

Ma... così sto affermando che un **parallelogramma è un trapezio isoscele** (Monica no: per lei i parallelogrammi non sono trapezi e quindi non sono trapezi isosceli)! Ma... un trapezio isoscele ha un **asse di simmetria**, quindi, se un parallelogramma è un trapezio isoscele, allora dovrebbe avere tutte le proprietà dei trapezi isosceli e quindi anche un asse di simmetria.

Capisco che sta cadendo in contraddizione: c'è qualcosa che non va: i parallelogrammi non hanno un asse di simmetria..."

Monica si gusta la scena: la definizione della prof, unita alla definizione accettata da entrambi di trapezio isoscele, porta a contraddizione, quindi ha ragione lei, non solo per le argomentazioni che ha portato, ma in senso assoluto. Se non si vuole giungere *a contraddizione si DEVE definire il trapezio come un quadrilatero che ha SOLO due lati paralleli. Ma... questa volta è la prof che si gusta la scena. Perché?*

IO "...ma in effetti questa è solo una delle possibile soluzioni del problema. Un'altra è quella di **cambiare la definizione di trapezio isoscele**. Non un trapezio che ha due lati obliqui congruenti, ma un trapezio che ha gli **angoli alla base** congruenti, oppure che ha le **diagonali congruenti**. Così un parallelogramma non è un trapezio isoscele e può tranquillamente avere un centro e non un asse di simmetria.

Chi vuole che un trapezio sia un quadrilatero con **almeno** due lati paralleli (**Enriques** e la prof caldeggiano esplicitamente questa definizione) non può definire un trapezio isoscele come un trapezio che ha due lati congruenti ma, per esempio, come un trapezio che ha le due diagonali congruenti (o i due angoli alla base congruenti).

Chi vuol definire un trapezio come un quadrilatero che ha **solo** due lati paralleli (**Euclide** probabilmente l'avrebbe voluta così e anche Monica) può definire il trapezio isoscele come un trapezio che ha due lati congruenti"

Morale della storia: le definizioni sono libere, pur di non cadere in contraddizione!

Tutto quello che segue può essere utile nella discussione, ma non lo direi

[In questo esempio si confrontano due idee della definizione: una che va "per ***esclusioni***" e tende a distinguere ciascuna figura dalle altre. Un parallelogramma non è un trapezio, perché il trapezio ha due lati paralleli e due no. Un rettangolo non è un quadrato, perché nel rettangolo base e altezza sono diverse.

L'altra idea è di carattere ***inclusivo***: i parallelogrammi sono visti come trapezi particolari (infatti hanno (almeno) due lati paralleli); i rettangoli e i rombi come parallelogrammi particolari (infatti hanno coppie di lati paralleli) e i quadrati come rettangoli e rombi particolari.

Questa seconda idea è quella che ha alfine prevalso in matematica, perché è più elegante e, soprattutto, consente di evidenziare il concetto di proprietà geometrica...

Quando definisco scelgo le proprietà che utilizzerò per definire e rispetto alle quali classificherò. Nel caso delle figure geometriche le proprietà che vengono utilizzate per definire da Euclide sono il parallelismo, la perpendicolarità e la congruenza.

Però potrebbero utilizzarsi altre proprietà, come le simmetrie, oppure i gradi di libertà dei vertici (per ES se le figure sono costruite con geogebra).

Se definisco "per esclusione" riesco a produrre una vera e propria classificazione: quadrati, rettangoli, rombi, parallelogrammi, deltoidi, trapezi, altri quadrilateri. Le classi sono disgiunte e la loro unione dà tutto l'insieme. Si tratta di una vera e propria classificazione.

Se definisco "per inclusione" costruisco una successione di insiemi tale che ciascun elemento (con l'eccezione degli insiemi dei rettangoli e dei rombi) contiene il precedente.

Il più piccolo è l'insieme dei quadrati, intersezione dell'insieme dei rettangoli e dei rombi; poi c'è l'insieme dei parallelogrammi che contiene i precedenti; quindi i trapezi che contengono i parallelogrammi e poi i quadrilateri generici, l'insieme universo. L'idea è che se sottraggo proprietà "allargo" l'insieme.

L'oggetto interessante, in questa succesisone, diventa la proprietà, più che la figura stessa. Almeno così mi sembra...però, lo ripeto, ti ho scritto quell'ultima osservazione solo per prepararti nel caso venisse fuori da qualche intervento; non penso che ci sia la possibilità di parlarne e farsi capire].

"Storia di un quadrato che, stanco della sua vita troppo quadrata decise di cambiare e alla fine divenne un irregolare" con la clausola che ogni cambiamento dev'essere giustificato matematicamente e che le varie fasi di cambiamento devono toccare quanti più quadrilateri possibile (per esempi di svolgimento della storia si guardi a "C'era una volta un quadrato_Manieri_Maiolo")

brano4 ***Joan as a Policewoman - Furious***

Brano5 ***Dalla – Sylvie***

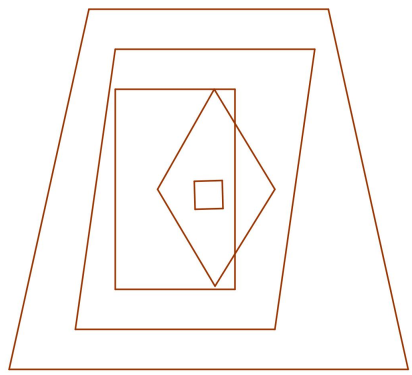
Leggiamo la storia di Gabriele Maiolo e poi ci occupiamo delle caratteristiche dei quadrilateri (cfr **allegato1**)

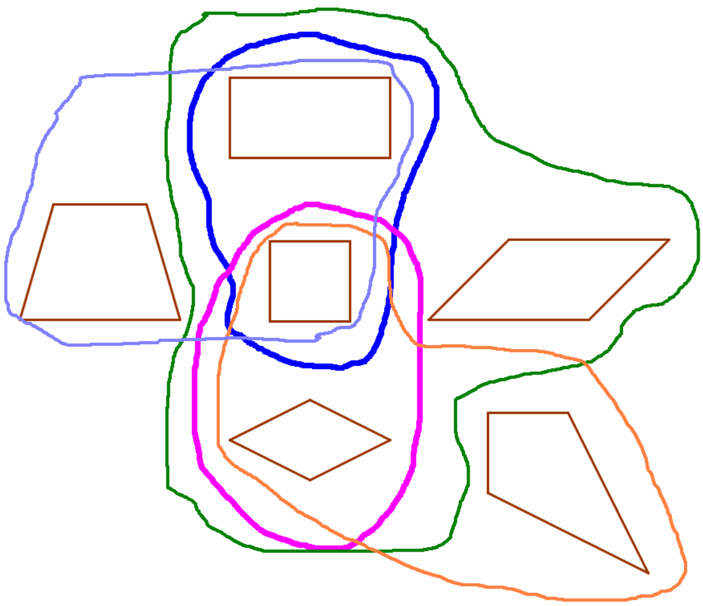
Brano6 David Bowie – Changes

Brano7 The Beatles - Revolution

Classificazione in base ad angoli, lati e diagonali (se si mettono in campo gli assi di simmetria cambiano un po' le cose!)

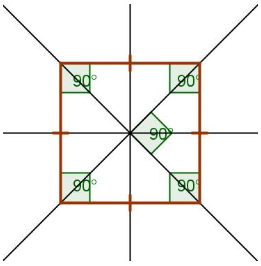
In sintesi:
Si dice ***trapezio*** un quadrilatero che ha (almeno) due lati paralleli.
Si dice ***parallelogramma*** un trapezio che ha due coppie di lati paralleli.
Si dice ***rettangolo*** un parallelogramma che ha gli angoli retti.
Si dice ***rombo*** un parallelogramma che ha i lati uguali.
Si dice ***quadrato*** un rombo rettangolo.





Angoli tutti congruenti.
Diagonali congruenti (angoli adiacenti a lati paralleli congruenti).
Lati tutti congruenti.
Diagonali ortogonali (ma anche lati consecutivi congruenti).
Prallelogrammi: lati opposti paralleli (e congruenti ma anche angoli opposti congruenti).

allegato1 Caratteristiche quadrilateri più comuni

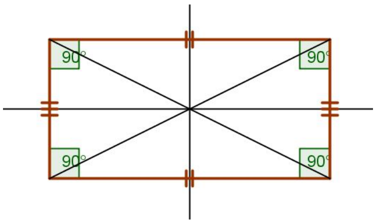


Un **quadrato** ha tutti i **lati** congruenti[1] (sia quelli opposti che quelli consecutivi[2]). I lati **opposti** sono paralleli

Gli **angoli** sono tutti congruenti (sia quelli opposti che quelli adiacenti ad un lato[3]).

Gli **assi di simmetria**[4] sono quattro (due **assi**[5] dei **lati** e due diagonali).

Le **diagonali**[6] sono congruenti, ortogonali[7] e si tagliano scambievolmente in due parti (bisecano) congruenti.

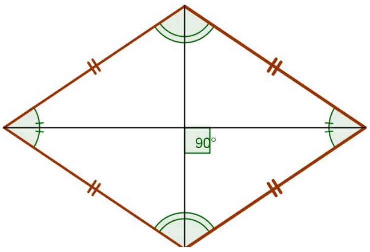


Un **rettangolo** ha i **lati** opposti congruenti e paralleli.

Gli **angoli** sono tutti congruenti (sia quelli opposti che quelli adiacenti ad un lato).

Gli **assi di simmetria** sono due (gli **assi** dei **lati**).

Le **diagonali** sono congruwnti e si bisecano in parti congruenti.

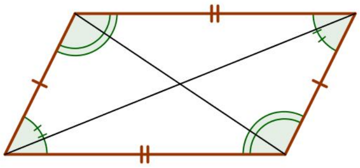


Un **rombo** ha tutti i lati congruenti (sia quelli opposti che quelli consecutivi). I lati opposti sono paralleli.

Gli **angoli** opposti sono congruenti a due a due.

Gli **assi di simmetria** sono due (le **diagonali**)

Le **diagonali** sono ortogonali e si bisecano in parti congruenti a due a due.

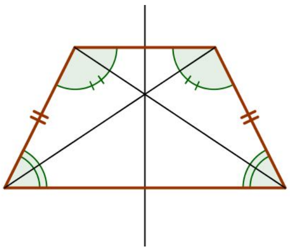


Un **parallelogramma** ha i **lati** opposti congruenti e paralleli.

Gli **angoli** opposti sono congruenti a due a due.

Non ha **assi di simmetria**

Le **diagonali** si bisecano in parti congruenti a due a due.

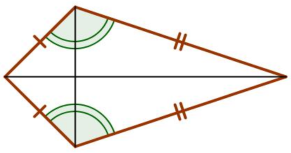


Un **trapezio isoscele** ha due lati opposti congruenti (lati obliqui) e gli altri due paralleli (basi).

Gli **angoli** adiacenti alle basi sono sono congruenti a due a due.

Ha un **asse di simmetria** (l'asse delle basi).

Le **diagonali** sono congruenti.



Un **deltoide** ha i **lati** consecutivi congruenti a due a due.

Due **angoli** opposti congruenti.

Un **asse di simmetria** (la diagonale opposta agli angoli congruenti).

Le **diagonali** sono ortogonali e quella opposta agli angoli congruenti biseca l'altra in parti congruenti.

---

[1] Si presuppone che un oggetto possa essere **uguale** solo a *sé stesso*. **DEF** Due oggetti distinti si definiscono **congruenti** quando è possibile, mediante un movimento rigido (una traslazione, una simmetria, una rotazione o una combinazione di queste), portarli a coincidere punto per punto.

[2] **DEF** Due **segmenti** si dicono **consecutivi** se hanno un estremo in comune e non giacciono sulla stessa retta.

[3] **DEF** Un **angolo** si dice **adiacente** ad un segmento se il segmento giace su una delle semirette che individuano l'angolo e ha un estremo nel vertice dell'angolo.

[4] **DEF** (ingenua) Un **asse di simmetria** di una figura è una linea "piegando in due" la figura lungo la quale le due parti della figura stessa vengono a combaciare perfettamente!

[5] **DEF1** L'**asse** di un segmento è la retta passante per il punto medio del segmento e perpendicolare al segmento stesso. **DEF2** L'**asse** di un segmento è il *luogo* dei punti equidistanti dagli estremi del segmento stesso.

[6] **DEF** I segmenti che congiungono vertici non consecutivi di un poligono si dicono **diagonali**.

[7] **DEF** Due rette incidenti sono **ortogonali** (o perpendicolari o normali) quando formano 4 angoli retti.