Topologia della retta

- Stabilita **una corrispondenza biunivoca** tra ℝ e i punti di una retta orientata *r* (**retta reale**) ogni sottoinsieme di ℝ corrisponde a un *sottoinsieme di punti* della retta *r*.

Definizioni

0) Un **intervallo** è un sottoinsieme di numeri reali che corrisponde a un *segmento* (intervallo **limitato**) o a una *semiretta* (intervallo **illimitato**) della *retta reale* o all'*unione* di segmenti *o* semirette (*o* inclusivo). Un intervallo si dice **chiuso** se ne vengono considerati anche gli estremi (estremi inclusi) e si dice **aperto** se o non vengono considerati gli estremi (estremi esclusi) o è illimitato da una parte o da entrambe. Un intervallo può essere chiuso anche solo a destra o a sinistra.

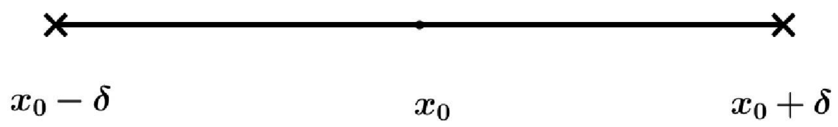
Gli intervalli possono essere rappresentati: **graficamente**, con **linguaggio simbolico** o con il **linguaggio** degli **insiemi**.

Per le *rappresentazioni*, adotteremo le **convenzioni** che vedi in tabella. In generale l'intervallo è determinato dai valori degli **estremi** del segmento o dell'origine della semiretta corrispondenti; in linguaggio simbolico una *parentesi tonda* indica che l'estremo o l'origine non appartengono all'intervallo (graficamente, una croce) e una *parentesi quadra*, che appartengono all'intervallo (graficamente, un pallino pieno). Se l'intervallo è **illimitato**, si utilizza la *parentesi tonda* dalla parte in cui c'è il simbolo di **infinito**.

A parole	**Linguaggio simbolico**	**Linguaggio insiemistico**	**Graficamente** (i valori degli estremi andrebbero indicati)
Intervallo aperto	$(a; b)$	$\{x \vert x \in \mathbb{R}, a < x < b\}$	
Intervallo chiuso	$[a; b]$	$\{x \vert x \in \mathbb{R}, a \leq x \leq b\}$	
Intervallo aperto a sinistra	$(a; b]$	$\{x \vert x \in \mathbb{R}, a < x \leq b\}$	
Intervallo aperto a destra	$[a; b)$	$\{x \vert x \in \mathbb{R}, a \leq x < b\}$	
Intervallo illimitato, chiuso a sinistra	$[a; \infty)$	$\{x \vert x \in \mathbb{R}, x \geq a\}$	
Intervallo illimitato, aperto a sinistra	$(a; \infty)$	$\{x \vert x \in \mathbb{R}, x > a\}$	
Intervallo illimitato, chiuso a destra	$(-\infty; b]$	$\{x \vert x \in \mathbb{R}, x \leq b\}$	
Intervallo illimitato, aperto a destra	$(-\infty; b)$	$\{x \vert x \in \mathbb{R}, x < b\}$	
	$(-\infty; \infty)$	$\mathbb{R}$	

1) Dato un numero reale x_0, si chiama **intorno completo** di x_0 un qualunque **intervallo aperto** *I*(x_0) contenente x_0. $I(x_0) = (x_o - \delta_1; x_0 + \delta_2)\ con\ \delta_1, \delta_2 \in \mathbb{R}^+$.

Se $\delta_1 = \delta_2 = \delta$, $I(x_0)$ è detto **intorno circolare**.



PROPRIETA': l'intersezione o l'unione di due o più intorni di x_0 sono ancora intorni di x_0.

2) Dati *a,b* $\in \mathbb{R}^+$, con $a < b$, chiamiamo :

- **Intorno di meno infinito** un qualsiasi intervallo aperto illimitato inferiormente:

$$I(-\infty) = (-\infty; a) = \{x \in \mathbb{R} | x < a\}$$

- **Intorno di più infinito** un qualsiasi intervallo aperto illimitato superiormente:

$$I(+\infty) = (b; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} | x > b\}$$

- **Intorno di infinito**

$$I(\infty) = I(-\infty) \cup I(+\infty) = \{x \in \mathbb{R} | x < a \vee x > b\}$$

Osservazione: se poniamo in corrispondenza biunivoca i numeri reali con i punti di una **circonferenza**, invece che di una retta, non c'è più bisogno di considerare l'infinito con cautele particolari: non sarà infatti che un punto come tanti!

3) Si dice che il numero reale x_0 è un **punto di accumulazione** di A, sottoinsieme di $\mathbb{R}$, se ogni **intorno completo** di x_0 contiene *infiniti* punti di A.

Questa definizione ora ti apparrà stranissima e senza senso. Non ti preoccupare: la utilizzeremo solo fra qualche mese. Te l'ho data, in questo contesto introduttivo, per completezza.