Funzioni monomie di grado superiore al secondo.

Una funzione monomia è una funzione con equazione del tipo: $y = a_n \cdot x^n$

Il termine $a_n \cdot x^n$ è fatto così: a_n è il *coefficiente* di x^n (*variabile* di grado n). La lettera n ha due significati differenti in a_n e in x^n: in a_n indica che quello è il coefficiente di x^n. Perciò il *pedice* di a è una specie di *complemento di specificazione*. Mentre in x^n è l'esponente della potenza di base x.

Altro fatto che deve essere chiaro è che a_n è un *parametro*, mentre x è una *variabile*. Come hai visto lo scorso anno per le rette, le parabole, ecc.

Capire la convenzione per cui il coefficiente ha un pedice che è uguale all'esponente della variabile, è indispensabile per trattare il caso più generale:

$$y = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \quad \ldots \quad + a_1 \cdot x + a_0$$

Questa scrittura spaventa molto (pensa che potrebbe essere ulteriormente semplificata, cioè resa più difficile...). Ma una volta capita è molto comoda!

Nei termini di grado inferiore a **n** l'esponente della *variabile* x diminuisce di 1 alla volta e anche il pedice del coefficiente fa lo stesso. Fino ad arrivare al *termine noto*: a_0 che corrisponde alla variabile x^0 (che vale 1 e non si scrive).

Facciamo alcuni esempi: vediamo come si scriverebbero, usando il metodo che stiamo vedendo, alcune delle equazioni che conosci già:

Retta parallela all'*asse x*	$y=a_0$
Retta passante per O e non parallela agli assi	$y=a_1 \cdot x$ (l'esponente 1 non si scrive)
Retta non passante per O e non parallela agli assi	$y=a_1 \cdot x+ a_0$
Parabola in posizione generica	$y= a_2 \cdot x^2 +a_1 \cdot x+ a_0$

Di una funzione monomia di grado **n** basta lo *studio del segno* (e qualche punto ricavato con il metodo della tabella) per disegnarne il grafico immediatamente.

Studio del segno di $y = a_n \cdot x^n$.

Il monomio $a_n \cdot x^n$ si annulla per $x = 0$, perciò nella tabella seguente il valore 0 sarà da intendersi in corrispondenza di $x = 0$. I segni indicati, invece, si riferiscono alle y. Faremo prima una **trattazione algebrica** (basata su quel che sai dei segni delle potenze) e poi una **trattazione grafica** (lo *scopo del gioco* è che diventi abile a mettere in relazione i due tipi di approccio).

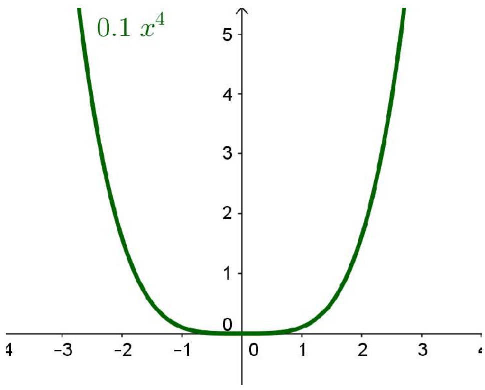
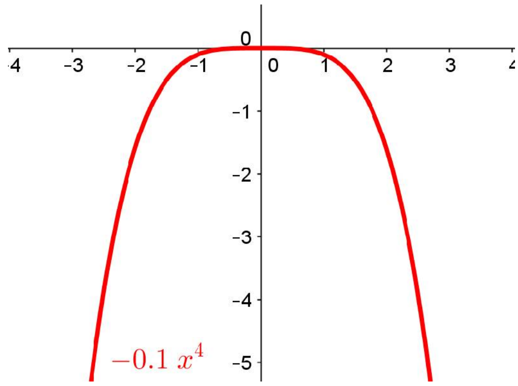
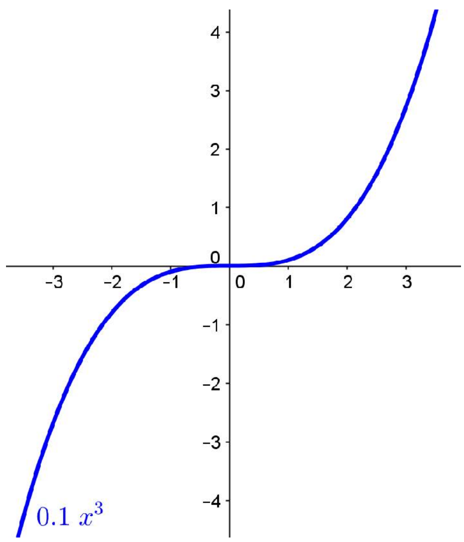
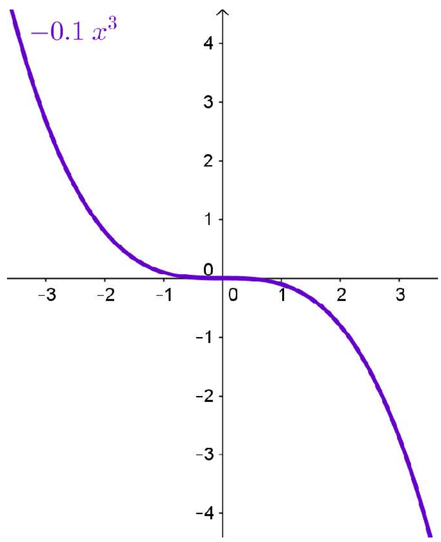
Trattazione algebrica

1. Qualunque potenza con esponente pari ha segno positivo
2. Una potenza a esponente dispari conserva il segno della base
3. Se moltiplico per -1 dei numeri, ottengo numeri opposti a quelli di partenza

	$a_n > 0$	$a_n < 0$
$n = 2k$	**+ 0 +**	**− 0 −**
$n = 2k + 1$	**− 0 +**	**+ 0 −**

Trattazione grafica

Con il *metodo della tabella* puoi disegnare per punti il grafico di una funzione monomia anche di grado superiore al secondo. Osserviamo che il punto (0;0) è un punto di tangenza perché il numero 0, che annulla $a_n \cdot x^n$, ha **molteplicità** maggiore di uno. Già lo sapevamo per la parabola con vertice nell'origine, che infatti è una funzione monomia di secondo grado. Dopo la tabella, la definizione di molteplicità.

	$a_n > 0$	$a_n < 0$
$n = 2k$		
$n = 2k + 1$		

Teorema di Ruffini (corollario del *Teorema del resto*: prova a cercarlo) Se e soltanto se c'è un valore numerico che annulla un polinomio, quel polinomio potrà essere scomposto come prodotto di polinomi di grado inferiore. Infatti il polinomio *P(x)* è divisibile per *(x-a)* **se e solo se** *P(a)=0.* Il metodo di Ruffini è una conseguenza di questo teorema.

Dato un polinomio di grado **n**, $P(x)$, che si annulla per il numero reale a, sarà possibile scomporre tale polinomio nel modo seguente: $P(x) = (x - a)^k \cdot R(x)$. [$R(x)$ è un polinomio di grado $n - k$].

DEF Il numero *a* si chiama *radice* (o *zero*) del polinomio $P(x)$ e il numero *k* si chiama **molteplicità** della *radice* (o *zero*) *a*.

Geometricamente, la molteplicità di una radice *a*, indica quanti punti sovrapposti hanno coordinate $(a; 0)$. Se tali punti sono due o più, il punto $(a; 0)$ è un punto di tangenza del grafico di $P(x)$ con l'*asse x*.