LA CIRCONFERENZA

DEF Una **circonferenza** è il luogo[1] dei punti equidistanti[2] da un punto dato dentro centro.

Lo strumento per disegnare una circonferenza è il compasso.

DEF Una **cerchio** è una parte di piano delimitata da una circonferenza.

Le lettere che utilizzeremo, principalmente, saranno:

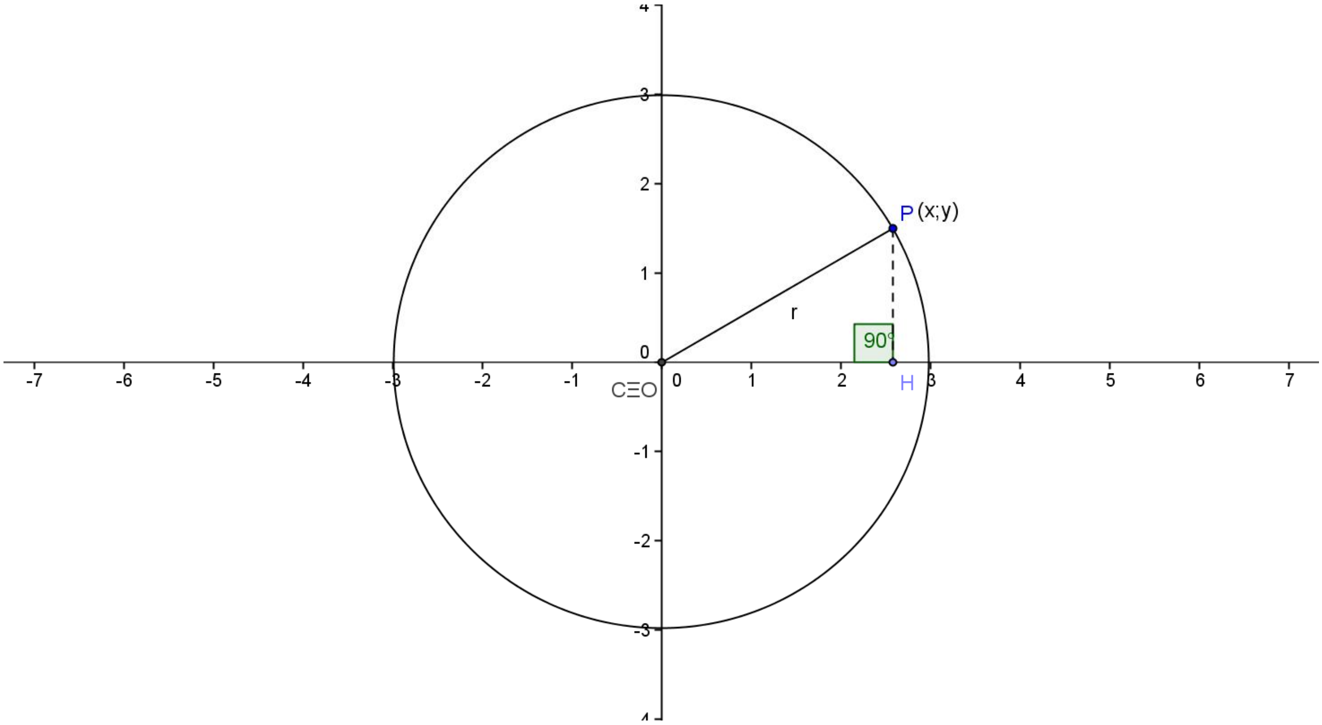
C = centro della circonferenza

r = raggio della circonferenza

P = punto generico della circonferenza

O = origine del sistema di riferimento cartesiano

1^ caso Cominceremo con l'occuparci di una circonferenza con centro nell'origine del sistema di riferimento cartesiano (d'ora in poi: **SdR**) e raggio generico[3]: ***r***.



Se applichiamo il **teorema di Pitagora** al triangolo **PHO** rettangolo in **H** scrivendo in simboli quel che dice la definizione: la distanza fra **P** e **C** (che in questo caso coincide con O) è uguale al raggio. $\overline{CH}^2 + \overline{HP}^2 = \overline{CP}^2$, dove: $\overline{CH} = x; \overline{HP} = y; \overline{CP} = r$.

Possiamo stabilire che l'equazione della circonferenza con C≡(0;0) è: $x^2 + y^2 = r^2$

Essendoci nella definizione la parola "UGUALE", la scrittura in simboli della definizione ci darà un'**equazione**. Per evitare inutili complicazioni lasciamo la distanza al quadrato.

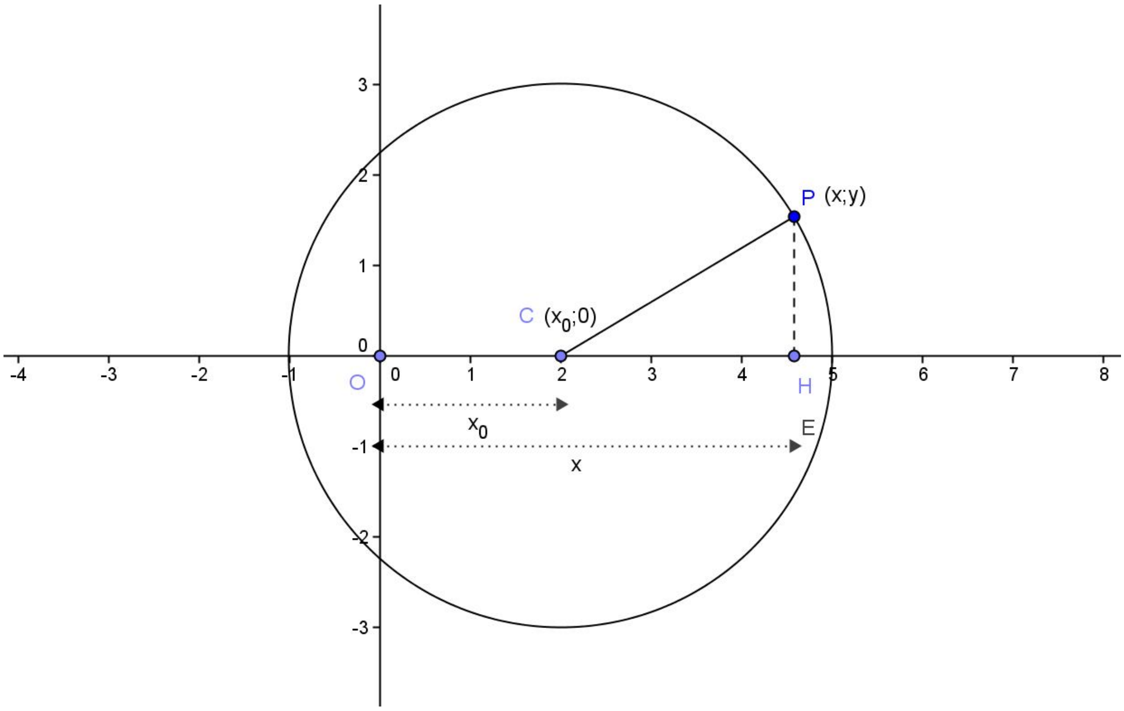
---

1 **DEF** : un **luogo** è un insieme di punti che godono tutti della stessa proprietà. **ES** l'asse di un segmento, cioè la retta perpendicolare al segmento e passante per il suo punto medio, è il luogo dei punti equidistanti dagli estremi del segmento)

2 La parola **equidistanti** significa che ciascun punto si trova alla stessa distanza degli altri rispetto al comune punto di riferimento: il centro

3 **DEF** La circonferenza che ha il centro nell'origine e ***r*** = 1 è chiamata: **circonferenza goniometrica**.

2^ caso - Cosa succede se il centro della circonferenza è sull’asse delle *x*?

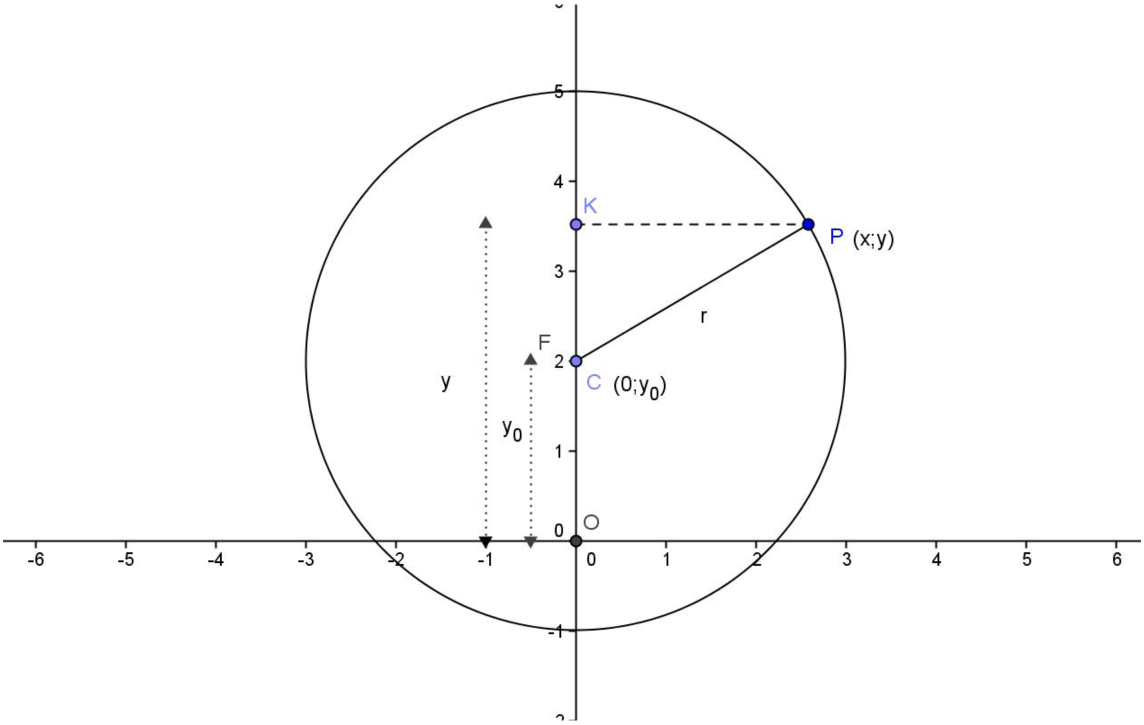


Possiamo stabilire che l’equazione della circonferenza con centro sull’asse delle ***x*** è:

$(x-x_0)^2+y^2=r^2$

In quanto : $\overline{CH}^2 = (x-x_0)^2$; $\overline{PH}^2 = y^2$; $\overline{CP}^2 = \boldsymbol{r^2}$

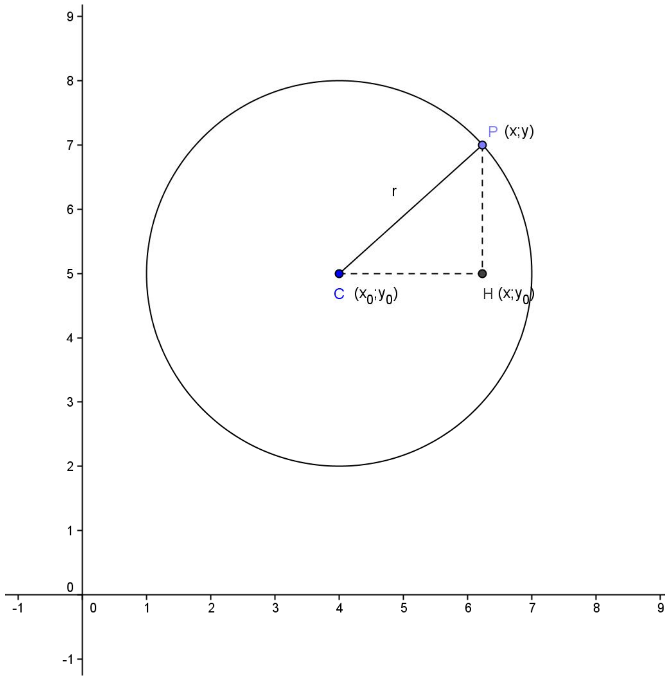
3^ caso - Cosa succede se il centro della circonferenza è sull’asse delle y?



L’equazione diventa: $(y-y_0)^2+x^2=r^2$

In quanto: $\overline{CK}^2 = (y-y_0)^2$; $\overline{PK}^2 = x^2$; $\overline{CP}^2 = \boldsymbol{r^2}$

4^ caso - Cosa succede se il centro della circonferenza non è né sull'asse delle x né sull'asse delle y?



Sapendo che:

- **P**$(x\,;\,y)$
- **C**$(x_0\,;\,y_0)$
- $\overline{PC} = \boldsymbol{r}$

Si può stabilire che l'equazione della circonferenza, nel caso in cui C non è sugli assi è: $r^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$

Sviluppando i quadrati :

$r^2 = (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2$

$x^2 + x_0^2 - 2x_0x + y^2 + y_0^2 - 2y_0y - r^2 = 0$

$x^2 + y^2 - 2x_0x - 2y_0y + x_0^2 + y_0^2 - r^2 = 0$

Da cui, ponendo: $-2x_0 = a$, $-2y_0 = b$, $x_0^2 + y_0^2 - r^2 = c$

L'equazione generica della circonferenza diventa →

$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ (ma non per qualunque valore di c, lo vedremo tra poco)

Partendo dall'equazione di una circonferenza bisogna saper trovare il suo raggio e le coordinate del suo centro. Per far questo si usano le relazioni che abbiamo scritto prima:

$-2x_0 = a$, $\quad -2y_0 = b$, $\quad x_0^2 + y_0^2 - r^2 = c \quad$ e le esplicitiamo:

$$-2x_0 = a/(-2) = -\frac{a}{2}; \quad -2y_0 = b/(-2) = -\frac{b}{2}; \quad r^2 = x_0^2 + y_0^2 - c$$

Da quest'ultima relazione, possiamo anche ottenere: $r = \sqrt{\dfrac{a^2 + b^2 - 4c}{4}} = \dfrac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2}$

Attenzione: poiché r è la radice quadrata di $x_0^2 + y_0^2 - c$, e poiché una radice quadrata è definita nei reali se e soltanto se il radicando è positivo, un'equazione del tipo $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ rappresenta una circonferenza se e soltanto se $a^2 + b^2 - 4c > 0$

***ES**: abbiamo quest'equazione $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ e vogliamo trovare centro e raggio della circonferenza. Utilizzando le relazioni dovresti ottenere facilmente (?):*

$C = (1;2)$ $r = 3$

C'è anche un metodo più intuitivo, che potremmo chiamare **metodo del completamento dei quadrati** : $(x - 1)^2 - 1 + (y - 2)^2 - 4 - 4 = 0$

A questo punto possiamo addizionare algebricamente i numeri ottenendo:

$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$