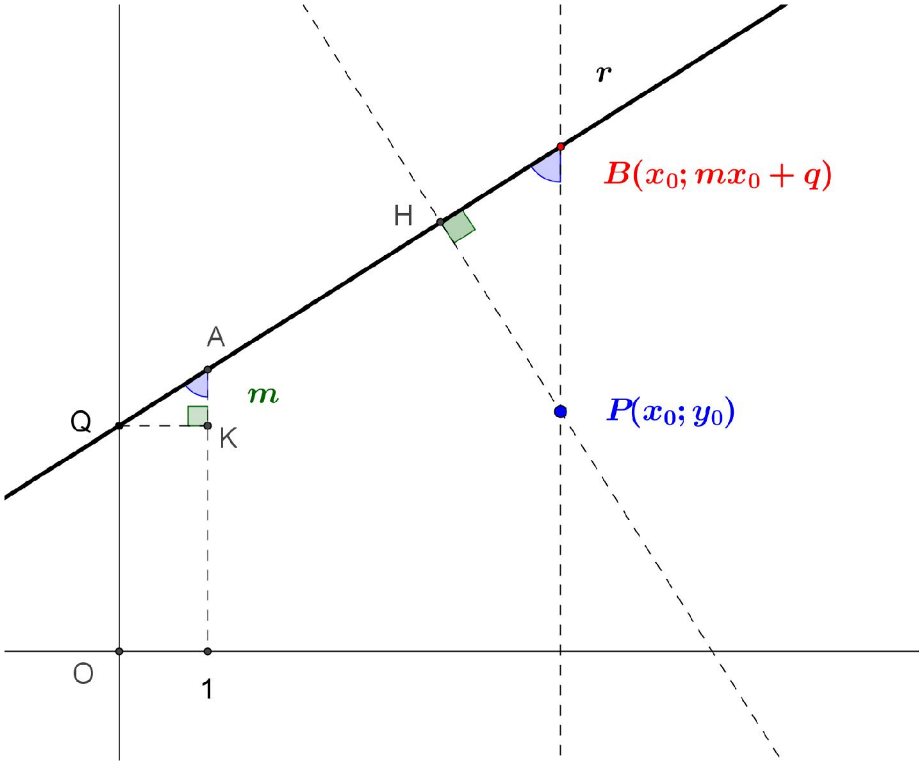
DIM FORMULA DELLA DISTANZA DI UN PUNTO DA UNA RETTA (EQUAZIONE IN FORMA ESPLICITA)

Dato un punto **P**(x_P;y_P), esterno a una retta *r* : *y*=m*x*+q, si può calcolare la **distanza** di **P** da *r* utilizzando la seguente relazione: $d(P;r) = \frac{|y_P-(mx_P+q)|}{\sqrt{m^2+1}}$

Dimostriamo la validità della relazione servendoci della costruzione seguente:



La **dimostrazione** che ti propongo si basa sulla **similitudine** di triangoli, sul principio fondamentale della geometria analitica e sulla definizione di **pendenza** di una retta.

Ricorda che la **distanza** di un punto da una retta è la misura del segmento che ha per estremi il punto e la proiezione di questo punto sulla retta. In figura quindi, $d(P;r) = \overline{PH}$

I triangoli rettangoli **PHB** e **QKA** sono **simili** perché hanno **angoli congruenti**. Infatti gli angoli **A** e **B** sono angoli *corrispondenti* delle parallele **AK** e **BP** tagliate dalla trasversale *r*. Gli angoli **H** e **K** sono **retti** per costruzione e gli altri angoli sono congruenti per differenza di angoli congruenti.

Il punto **B** è il punto della retta *r* che ha *stessa ascissa* di **P**. Le coordinate di **B**, per il principio fondamentale della geometria analitica, sono dunque quelle indicate in figura.

$\overline{AK} = m_r$ per definizione di **pendenza**, infatti è l'*incremento delle ordinate* corrispondenti a un *incremento delle ascisse* che vale 1 ($\overline{QK}$): $m_r = \frac{\overline{AK}}{\overline{QK}}$.

Vale dunque la proporzione: $\frac{\overline{PH}}{\overline{QK}} = \frac{\overline{PB}}{\overline{QA}}$ e poiché: $d(P;r) = \overline{PH}$; $\overline{QK} = 1$;

$\overline{PB} = |y_P - y_B|$; $\overline{QA} = \sqrt{1+m^2}$ (*Teorema di Pitagora* applicato al triangolo **QKA**, di cateti che misurano *m* e *1*), sostituendo tutti gli elementi nella proporzione, ecco dimostrata la tesi. $d(P;r) = \frac{|y_P-(mx_P+q)|}{\sqrt{m^2+1}}$.