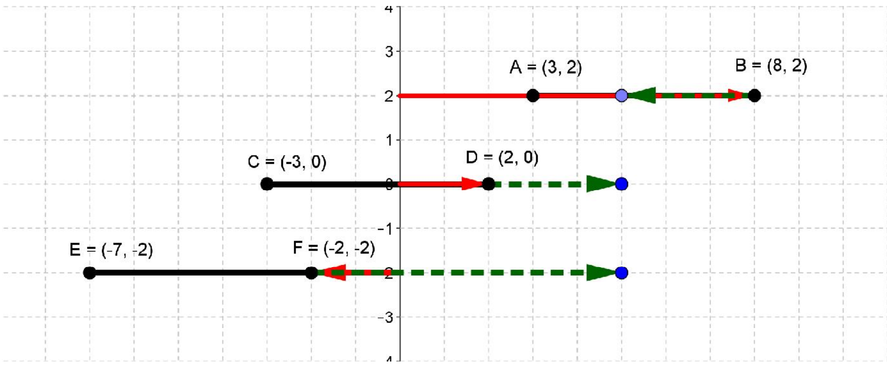
Lunghezze e punti medi di segmenti

HIP: $AB//CD//EF//asse\ x$; **TH**: $\overline{AB} = x_B - x_A$; $\overline{CD} = x_D - x_C$; $\overline{EF} = x_F - x_E$ (il *minuendo* è maggiore del *sottraendo*, altrimenti si utilizza il *modulo*). Infatti in tutti e tre i casi si tratta di aggiungere al primo valore l'*opposto* del secondo. La rappresentazione mediante **vettori**, qui sotto, mostra bene come mai si abbia la tesi – in particolare lo stesso valore (guarda i punti blu allineati), se i segmenti sono *congruenti* – qualunque sia la *posizione* dei segmenti stessi nel piano (le *ordinate* sono irrilevanti).



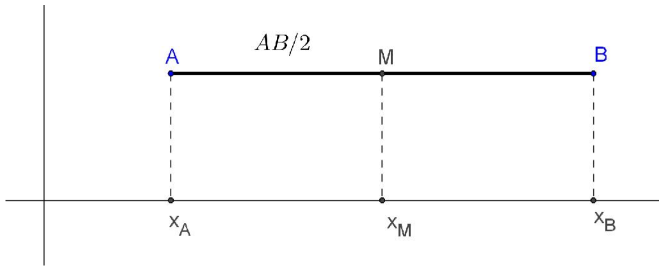
Mutatis mutandis si ricava un risultato analogo per segmenti paralleli all'asse *y* cambia solo il fatto che si utilizzano le ordinate, invece che le ascisse.

THM Dato un segmento di estremi **A** e **B**, in un *piano cartesiano*, e dato il *punto medio* **M** del segmento **AB**, sarà: $M\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$.

DIMOSTRAZIONE (Carusi)

Supponiamo che il segmento **AB** si trovi nel **I quadrante** e sia parallelo all'asse *x*.

$\overline{AB} = x_B - x_A$ e in figura si vede come l'ascissa di **M** si può ottenere aggiungendo all'ascissa di **A** metà della lunghezza di **AB**. L'ordinata di **M** sarà la stessa di **A** e di **B**.



Facciamo i conti e vediamo che succede: $x_M = x_A + \frac{x_B-x_A}{2} = \frac{2\cdot x_A+x_B-x_A}{2} = \frac{x_A+x_B}{2}$ *cvd!*

Se **AB** non si trovasse nel I quadrante, ragionando con i vettori, otterremmo lo stesso risultato. Se **AB** fosse parallelo all'asse *y*, la condizione trovata riguarderebbe le ordinate.

Nel caso generale si applica il **Teorema di Talete**: «rette parallele che intersecano due rette trasversali determinano su di esse classi di segmenti direttamente proporzionali». E' una **CNS**.

Guarda ora la figura: $AM \cong MB$, per *ipotesi* e: BH//MJ e AH//ML, per *costruzione*. Quindi, per il THM di **Talete**: rispetto alle *trasversali* AH e AB, sono: $AJ \cong JH$ e, rispetto alle *trasversali* HB e AB sono: $HL \cong LB$. Quindi ci troviamo di nuovo con segmenti paralleli agli assi, e da qui la tesi...

Già che ci siamo: applicando il **Teorema di Pitagora** al triangolo **AHB**, si può anche determinare la **lunghezza di AB**. Infatti:

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$