La geometria del piano: DEFINIRE

DEFINIRE un **OGGETTO MATEMATICO** significa darne le caratteristiche essenziali e specifiche: quelle che lo rendono quel che è e differente da quel che non è.

ES "Un **triangolo** è una figura piana con tre lati"

N.B. Non si elencano TUTTE le caratteristiche di un oggetto, ma solo quelle che BASTANO a "vederlo" e "costruirlo" (vedremo con **GGB** in che modo).

A che serve **DEFINIRE**? In matematica è molto importante. Serve infatti a:

- **dare un nome** agli oggetti matematici (quasi sempre un nome UNICO)
- **capire meglio** cosa sono questi oggetti e distinguerli fra loro
- **sintetizzare** (invece di dire "quadrilatero con lati paralleli" puoi dire: *parallelogramma*)
- **risolvere esercizi** e problemi di geometria
- scoprire le **proprietà** degli oggetti (pensa, per esempio, a come le proprietà delle potenze sono una conseguenza della definizione di potenza).

In una **DEF** si utilizza il minor numero di parole possibile e solo parole già definite.

Si scopre presto che non si può definire TUTTO TUTTO ma che alcune parole si devono "dare per scontate". Queste parole si chiamano: **sostantivi**, **aggettivi** e **verbi PRIMITIVI** (a pag **G2** la differenza tra rappresentazione di un concetto e concetto in sé).

- **punto**, **retta**, e, **insieme** (**parte**, ecc) sono i sostantivi primitivi, della geometria del **piano** (anche il concetto di **piano** non si definisce).
- **appartenere** (un punto ad una retta, una retta ad un piano, ecc.), **passare per** (una retta per un punto, un piano per una retta, ecc…) **delimitare**, **coincidere** e **muovere senza cambiare angoli e dimensioni**, sono i verbi primitivi.
- Gli **aggettivi primitivi** derivano dai verbi primitivi: appartenente, coincidente, ecc...

EX 1 con **GGB** Disegna una **poligonale aperta** (pag. G9) e scrivile accanto la **definizione** del libro (usando il tasto: ABC – testo). Poi disegna una **poligonale chiusa** e una **poligonale intrecciata** e prova a scrivere accanto alle figure una **definizione**.

EX 2 con **GGB** Cerca nel libro le definizioni di tutte le parole che si trovano nella definizione di poligonale. Copia queste definizioni e fai il disegno accanto (utilizzando le definizioni date, anche se GGB ti consentirebbe di seguire scorciatoie!).

EX 3 con **GGB** Copia la definizione di **punto medio** che si trova a pag. G14 ed esegui la costruzione indicata a pag. 17. Cerca poi in GGB il pulsante "punto medio" e verifica la tua costruzione. Cosa puoi dire dell'angolo AMP? E dei segmenti AP e PB? Verifica.

EX 4 con **GGB** Copia la definizione di **angolo** a pag G7 e disegna un **angolo**. Poi fai la costruzione di un **angolo congruente** al precedente (pag G13). Verifica con l'opzione "trascinamento" che modificando il primo angolo il secondo resti congruente!

EX 5 on **GGB** Copia la definizione di **bisettrice** di un angolo a pag G15 e fai la costruzione indicata a pag G17. Cerca poi in GGB il pulsante "bisettrice di un angolo" e verifica che la tua costruzione sia esatta.

Impara a memoria tutte le definizioni incontrate!

La geometria del piano: DIMOSTRARE

DIMOSTRARE (**DIM**) è un'attività che si riferisce a **proprietà** e **teoremi** riguardanti oggetti matematici. Partiamo da alcuni esempi (**ES**): "**se** sommo le ampiezze degli angoli interni di un triangolo **allora** ottengo un angolo piatto", "**se e solo se** un quadrilatero è un rettangolo, le sue diagonali sono uguali e si bisecano scambievolmente in parti uguali", "**esiste** un solo punto che divide un segmento in due parti uguali".

Tutte queste frasi sono **teoremi** (**THM**). Nella prima frase si possono distinguere una premessa e una conseguenza cioè: un'**ipotesi** (**HIP**) e una **tesi** (**TH**), già dalla costruzione della frase: **se**… **allora**…; nella seconda quel "**se e solo se**" ci dice che ***ipotesi*** e ***tesi*** sono *intercambiabili*: ci sono due proposizioni in una[1]; nella terza l'***ipotesi*** è sottintesa: "dati un segmento e considerati gli infiniti punti ad esso appartenente…".

Vengono chiamate **proprietà** (**PROP**) quei *teoremi* che derivano quasi immediatamente dalla definizione come, le **proprietà** delle **potenze** o le **proprietà** di un **triangolo isoscele**.

A volte da un teorema o da una proposizione ne conseguono altri in modo così *immediato* da necessitare di dimostrazioni brevissime. Questi si chiamano **corollari** (**COR**).

DEF: I **teoremi** sono *proposizioni* da ***dimostrare***

Che vuol dire **dimostrare**? Vuol dire (**DEF**): costruire una *catena* di proposizioni una *conseguente* all'altra il cui *primo anello* sia l'**ipotesi** e l'*ultimo anello* sia la **tesi** e in cui gli *anelli intermedi* possano essere solo: teoremi già dimostrati, definizioni, passi di costruzione, postulati o assiomi, calcoli.

DEF Come il definire si basa su parole già definite, il dimostrare *si basa su frasi già dimostrate*. Procedendo all'indietro, si arriva a *proprietà fondamentali*: sulle quali basare la dimostrazione di tutte le altre: gli **assiomi** dell'uguaglianza e i **postulati geometrici**.

- Teoremi, proprietà e corollari aggiungono informazioni alle caratteristiche degli *oggetti matematici* già fornite dalle definizioni e dicono cosa ***si può fare*** con questi oggetti.
- Postulati e assiomi svolgono lo stesso compito dei teoremi, ma per gli *enti primitivi*.
- La dimostrazione di un teorema è l'attività matematica che maggiormente si lega alla **ricerca della precisione**: una dimostrazione infatti garantisce che la conclusione del teorema (la TESI) è una *conseguenza logica* della premessa (cioè dell'IPOTESI).
- Spesso la **tesi** è convincente in sé: ci dà un'informazione cui non abbiamo alcun problema a credere.

La dimostrazione non serve infatti a convincerci del fatto che è vera una proposizione ma a garantire che è una conseguenza di quello che si è dimostrato prima. Cioè che non possono essere due teoremi con tesi opposte che si possano dimostrare tutt'e due!

ESEMPI di dimostrazioni li vedrai sia in geometria che in aritmetica: *perché* $\boldsymbol{a}^0=1$; *perché* le **proprietà** delle **potenze** *funzionano in quel modo*, *perché* i ¾ ***di*** 120 corrispondono a: ¾ ·120!

Chi sa **definire**, sa esprimere qualsiasi concetto, pensiero o sentimento

Chi **sa** dimostrare non può essere imbrogliato da *falsi* ragionamenti!

---

[1] "Se un quadrilatero è rettangolo, allora questo ha le diagonali uguali che…" ma anche: "Se le diagonali di un quadrilatero sono uguali e… allora questo è un rettangolo"