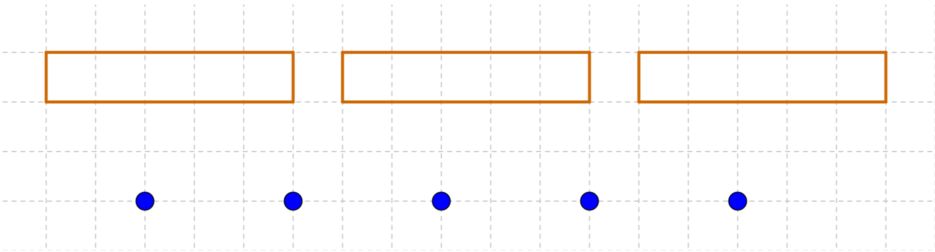
Frazioni e numeri decimali

- Abbiamo lavorato sinora con il significato di <u>frazione come *PARTE di una COSA*</u>.

DIVIDO in tante **parti uguali** - quante indicate dal ***denominatore*** - una "cosa" e poi ne prendo tante quante indicate dal ***numeratore***. In questo modo, per esempio, i $\frac{3}{5}$ **di** una **torta** si hanno dividendo la torta in **cinque** parti uguali (spicchi) e prendendone **tre**.

- Potresti avere anche un'altra situazione corrispondente "ai $\frac{3}{5}$ di" - ne abbiamo già parlato a lezione: potresti avere **3 COSE** da DIVIDERE fra **5** persone.



Queste due concezioni di <u>frazione come *PARTE di una COSA*</u> hanno in comune: il concetto di **DIVISIONE** e il fatto che di "parti di una COSA", appunto, si tratti.

Ma una frazione ha altri significati possibili

- Innanzitutto una **frazione** può essere anche un **numero** in sé e non solo *parte di una COSA* (alla fine, ad estendere l'insieme dei numeri interi a un <u>insieme **chiuso** rispetto alla divisione</u>, dobbiamo arrivare! E indovina mendiante quali numeri?)

- In particolare, una frazione può essere pensata come il **risultato esatto**[1] di una **divisione**; cioè come un QUOZIENTE.

- Con questo significato, una frazione può essere rappresentata *anche* in **forma decimale**. ES $\frac{3}{5}=3:5=0,6$ $\qquad \frac{1}{3}=1:3=0,\overline{3}$ $\qquad$ *ecc.*

- Se rappresentata in forma decimale, il **risultato della divisione** sarà ancora **esatto** <u>se e solo se</u> il denominatore della frazione avrà come *fattori primi* solo **2** o **5**.

- In caso contrario il numero decimale sarà *periodico* e quindi, utilizzandolo nei calcoli (cioè utilizzandone un *troncamento*), otterrai solo un **risultato approssimato**. Cosa voglio dire? Prendiamo $\frac{1}{3}=1:3=0,\overline{3}$. Se te lo ritrovi nei passaggi di un calcolo e poi devi continuare a moltiplicarlo, per esempio per **12**, vediamo cosa succede se utilizzi la **frazione** e cosa succede se utilizzi il **decimale** (che approssimerai, vero? Mettiamo alle prime due cifre dopo la virgola): $\frac{1}{3}\cdot 12=4$; mentre invece: $0,33\cdot 12=3,96$. Le **calcolatrici** più moderne, sanno trattare correttamente $\frac{1}{3}=1:3=0,\overline{3}$, ma non tutte. Attenzione dunque!

---

[1] Esatto è il contrario di **approssimato** e <u>non è</u> un *sinonimo* di **corretto** o **giusto** che, invece, sono contrari di: **sbagliato** o **errato**.

Esercizio. VERIFICA, con l'aiuto della calcolatrice, quali delle seguenti frazioni[2] corrispondono a un **decimale finito** e quali a un **decimale periodico** e controlla che quanto detto sui denominatori delle frazioni corrisponda ai tuoi risultati. (Se stampi questo file, scrivi sotto alle frazioni i decimali corrispondenti. Dovrai scrivere piccolo!).

$$\frac{1}{2};\ \frac{1}{3};\ \frac{1}{4};\ \frac{1}{5};\ \frac{1}{6};\ \frac{1}{7};\ \frac{1}{8};\ \frac{1}{9};\ \frac{1}{10};\ \frac{1}{15};\ \frac{1}{20};\ \frac{1}{25};\ \frac{1}{30};\ \frac{1}{35};\ \frac{1}{40};\ \frac{1}{45};\ \frac{1}{50};\ \frac{1}{70};\ \frac{1}{80};\ \frac{1}{100}$$

- Questo perché: quando il **denominatore** è composto da *fattori primi* che sono unicamente 2 o 5, è composto dei **mattoni fondamentali** costituenti i numeri nel nostro sistema di numerazione (che, ti ricordo, è in base dieci: 10=2·5, guarda un po'). Dividendo per 2 o 5, o multipli, dividiamo per numeri che, anche quando non sono sottomultipli (il numeratore essendo 1 non avviene in nessuna delle divisioni precedenti), "sono contenuti un numero finito di volte", nei ***pezzi*** che avanzano dei numeri che dividiamo.

- Vediamolo un **esempio**. 1 : 8 = 0,125. Sarebbe utile farne una *rappresentazione grafica* ma potreste farla meglio voi con la **carta millimetrata** che io al PC. Dovreste rappresentare l'**unità** (il numero **1**) come un **segmento** da **1 m**. Ogni **dm** corrisponderebbe a **un decimo** di unità, ogni **cm** a **un centesimo** e ogni **mm** a **un millesimo**! Magari, anche se non avete modo o voglia di farlo (sarebbe un bell'*esperimento*, però!), potete immaginarlo seguendo il mio ***racconto***:

- Ovviamente **8** nell'**unità** ci sta **0** volte.

- 1 **unità** corrisponde a **10 decimi**: vado a vedere quante volte **8** è contenuto in **10 decimi** e scopro che ci sta <u>una volta</u> con il resto di **2 decimi**.

- **2 decimi** corrispondono a **20 centesimi** e l'**8** è contenuto <u>**due volte**</u>, con il resto di **4**, in **20 centesimi**.

- **4 centesimi** corrispondono a **40 millesimi** e, finalmente, in **40 millesimi** l'**8** è contenuto <u>un numero intero di volte</u>: **5**.

- **0,125** si legge infatti: 0 **unità**, 1 **decimo**, 2 **centesimi** e 5 **millesimi**, ricordi?

- E situazioni analoghe si presentano ogni qualvolta dividiamo un numero per un altro che è fatto unicamente di mattoni del tipo **2** o **5** (loro combinazioni o loro multipli).

DEF Possiamo concludere con una nuova definizione di **frazioni equivalenti**: sono **equivalenti** quelle frazioni che, scritte in **forma decimale**, corrispondono allo **stesso numero decimale**.

---

[2] Il numeratore di tali frazioni è sempre il numero 1 perché, come hai visto: $\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$ e quindi il numeratore non influisce sul fatto che il numero decimale sia FINITO o PERIODICO!