Le proprietà della moltiplicazione (usando le figure! Quando si può...)

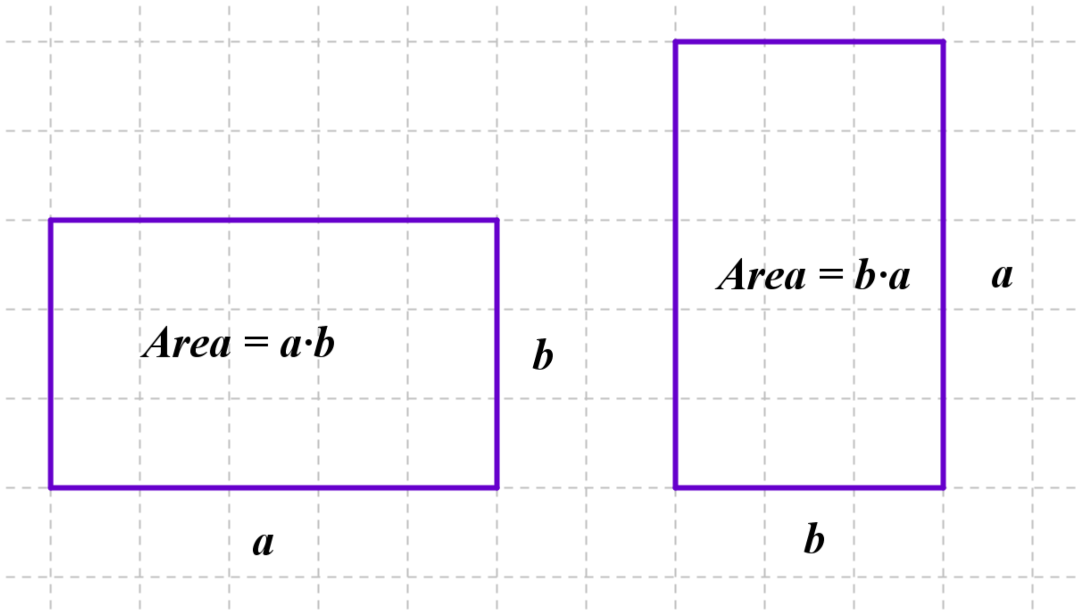
Proprietà commutativa della moltiplicazione

La **proprietà commutativa** per l'**addizione** dice che: "Scambiando l'ordine degli **addendi** la **somma** non cambia". Ed è una proprietà che, credo, sia facile da capire.

La **proprietà commutativa** per la **moltiplicazione** dice che: "Scambiando l'ordine dei **fattori** il **prodotto** non cambia". E non è così banale capire come mai, per esempio, $3 \cdot 5$, che abbiamo detto che significa: $3+3+3+3+3$ dia lo stesso risultato di: $5 \cdot 3$, che significa: $5+5+5$. Ma c'è un metodo grafico per convincersi della veridicità di questa proprietà.

Se hai accettato di poter considerare il prodotto di due numeri naturali come l'area di un rettangolo, infatti, l'immagine qui sotto dovrebbe mostrarti perché vale la proprietà commutativa, nella moltiplicazione. L'area di un rettangolo non cambia certo se questo cambia posizione e perciò, se i lati misurano: a e b, si avrà lo stesso valore, sia che si moltiplichi $a \cdot b$ che $b \cdot a$.

Cioè: $a \cdot b = b \cdot a$, che è un modo molto più sintetico per scrivere la proprietà commutativa che a inizio paragrafo ho scritto a parole.



Interessante notare come la **proprietà commutativa**, per la **moltiplicazione** come per l'**addizione algebrica**, sia valida anche per numeri **interi**, e non solo per i numeri **naturali**. Ricordatemelo: ci torneremo sopra.

Proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione

Esprimere a parole questa proprietà è veramente complicato e vorrei evitarlo. Utilizzerò pertanto solo la scrittura mediante le lettere che rappresenta la situazione più generale possibile in termini semplici: $(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

E' come se la moltiplicazione si distribuisse sui due termini ell'addizione!

E' una proprietà non semplice ma veramente importante, che ritroverete sia nel modo in cui l'ho scritta sopra, che in quest'altro modo equivalente (ogni uguaglianza VALE sia da sinistra verso destra - come siamo abituati a leggere – che da destra verso sinistra): $a \cdot c + b \cdot c = (a+b) \cdot c$

DI nuovo le immagini spiegano il significato di questa proprietà meglio di molte parole.

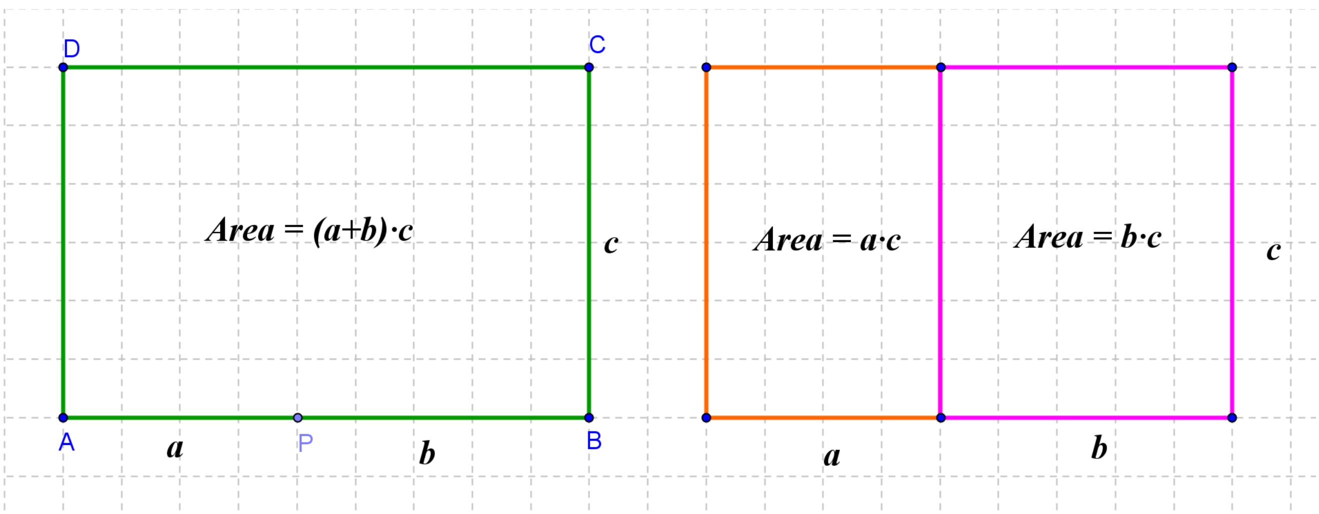
A sinistra, in verde, un rettangolo con un il lato **AB** composto di due **segmenti adiacenti** (*cioè aventi un estremo in comune e posti sulla stessa retta, ma non uno dentro l'altro*). La lunghezza del segmento **AP** misura $\boldsymbol{a}$ e la lunghezza del segmento **PB** misura $\boldsymbol{b}$. La lunghezza del segmento **AB** misura pertanto $\boldsymbol{a+b}$. La lunghezza del segmento **BC** misura $\boldsymbol{c}$ e quindi l'area del rettangolo **ABCD** (A_{ABCD}) sarà: $(\boldsymbol{a+b}) \cdot \boldsymbol{c}$.

A destra, diviso in due rettangoli più piccoli, colorati in arancione e fucsia, un rettangolo *congruente* al primo. Questa seconda immagine mostra come l'area del rettangolo ABCD si può trovare anche come **somma** delle aree dei rettangoli in cui viene scomposto ABCD tirando una linea dal punto **P** *perpendicolare* al segmento **AB**.

L'area del rettangolo ABCD sarà ANCHE: $\boldsymbol{a \cdot c} + \boldsymbol{b \cdot c}$.

Ripeto: $A_{ABCD} = (\boldsymbol{a+b}) \cdot \boldsymbol{c}$; $A_{ABCD} = \boldsymbol{a \cdot c} + \boldsymbol{b \cdot c}$ perciò: $(\boldsymbol{a+b}) \cdot \boldsymbol{c} = \boldsymbol{a \cdot c} + \boldsymbol{b \cdot c}$.

Come ho detto all'inizio.



Qualche trucchetto per semplificare i calcoli...

Cominciamo con una cosetta facile facile (copiata dall'oriente):

Nel fare una moltiplicazione, grazie alla **proprietà commutativa**, puoi sempre mettere per prima la cifra più piccola.

Qual è il vantaggio? Riddurrai (di quanto?), le operazioni da fare perché, una volta che sa quanto fa 3·6, per esempio, sai anche quanto fa: 6·3!

X	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
0	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*
1	*0*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	*0*	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	*0*	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	*0*	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	*0*	5	10	15	2	25	30	35	40	45	50
6	*0*	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	*0*	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	*0*	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	*0*	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	*0*	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Seguendo questa indicazione, prendendo come primo fattore i numeri della prima colonna, cancella nella tabella in cui abbiamo rappresentato le tabelline, tutti i risultati di operazioni ripetute (per esempio il 18 che corrisponde a 6·3) e vediamo quante ne restano!