Dai numeri *naturali* ai numeri *interi*

Per presentare i **numeri interi** seguiremo la scaletta delle **5 domande** cominciando dalla **0)** *Qual è la storia che conduce a questo oggetto?* Molto importanti in questa storia sono i **numeri interi negativi**[1]. I matematici, e coloro che utilizzavano i numeri per lavorare, hanno incontrato i **numeri interi negativi** in varie occasioni, ma non hanno dato loro dignità di numero per molti secoli, come raccontato efficacemente **qui**.

Per introdurre i **numeri interi negativi** non seguiremo un percorso storico, ma **logico**.

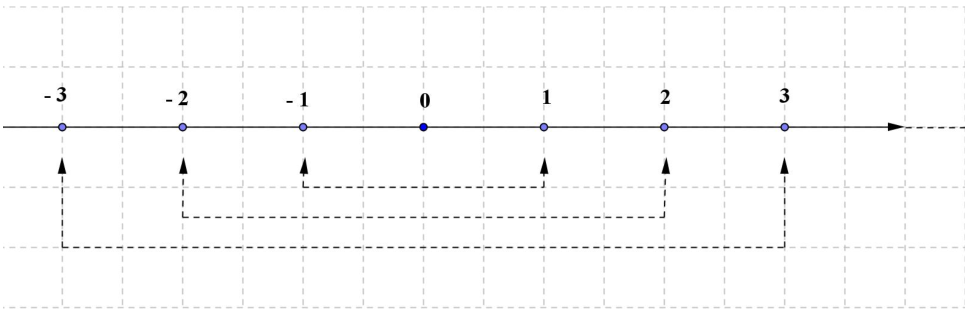
L'insieme ***N***, oltre a essere infinito, ordinato e discreto, è **chiuso** rispetto alle seguenti operazioni: ***addizione***; ***moltiplicazione***; ***elevamento a potenza***.

Per avere un insieme **chiuso** anche rispetto alla **sottrazione** cosa dobbiamo aggiungere ai naturali? Ci servono i **numeri interi negativi**.

Come fare per *inventare* i **numeri interi negativi** a partire dai **numeri naturali**? Attraverso il concetto di **opposto**[2] di un numero. E che cos'è l'**opposto** di un numero?

-1 e 1; -2 e 2; -3 e 3; ecc. sono coppie di numeri opposti. Ma così sto facendo solo un esempio. Per *definire* quand'è che due numeri sono opposti posso scegliere fra due metodi:

Metodo geometrico



DEF Due numeri sono **opposti** se sono **simmetrici** rispetto allo **0** sulla retta.

Metodo aritmetico (facoltativo)

Osserviamo cosa succede ad alcune coppie di numeri **opposti** se li *addizioniamo*: -1+1=0 -2+2=0 -3+3=0 e non è un caso, ma una caratteristica unica e specifica! Utilizziamo questa caratteristica per dare una **definizione** di numeri opposti:

DEF Due numeri, ***a*** e ***b***, sono opposti *se e solo se* (⇔): $a + b = 0$

Il fatto di indicare numeri che NON sembrano così differenti come i numeri opposti con **lettere differenti** ha creato difficoltà a più di uno, in classe. Riflettendo bene però su esempi concreti i preplessi si sono convinti che c'è una gran bella differenza tra +30°C e -30°C! Oppure tra avere il conto in banca che segna +1000€ o -1000€: Oppure prendere l'ascensore e spingere il tasto +2 o il tasto -2! Fatti questi esempi sembra risultasse più accettabile chiamare due numeri opposti con lettere differenti.

Applicando cose già viste alle medie, si ha: $a + b = 0 \Leftrightarrow a = -b$

Cioè: dati due opposti (***a*** e ***b***) per ottenere uno dei due (ES. ***a***) a partire dall'altro (***b***) basta moltiplicare quest'ultimo (***b***) per -1. Ed ecco fatto che torna quello che sapete!

---

1 **Attenzione** a non chiamarli **numeri negativi** soltanto perché, contrariamente all'aggettivo "naturale", l'aggettivo "negativo" si può attribuire a diversi tipi di numeri.

2 **Opposto** è il participio passato del verbo **opporre**. Per vedere l'etimologia di OPPORRE – e capire meglio, si spera, il significato di opposto - guarda qui: http://www.etimo.it/?term=opporre&find=Cerca

Ora, *uniamo*[3] l'insieme dei **naturali** ***N*** all'**insieme** di tutti gli **opposti** dei **naturali**: **–** ***N*** (gli diamo questo nome perché i suoi elementi sono ottenuti moltiplicando per (-1) gli elementi di ***N***) e così otteniamo l'insieme dei **numeri interi**: ***Z*** (dal tedesco ***Z****ahl*: numero).

$$Z = N \cup -N \; ; \qquad Z = \{ 0; -1; 1; -2; 2 \ldots \}$$

Veniamo ora alle altre **4** domande (alcune risposte sono già nella storia che abbiamo raccontato). **Attenzione**: contrariamente al concetto di numero **naturale**, il concetto di numero **intero** (in particolare **negativo**) NON è intuitivo e questo fatto si riflette nelle risposte alle altre 4 domande...

- Cosa **sono** i **numeri interi**? Sono: 0, -1, +1, -2, +2, -3, +3, ecc.. Cioè l'**insieme** dei **numeri interi** è dato dall'insieme dei naturali e dei loro opposti. Oppure: i **numeri interi** sono i risultati di tutte le sottrazioni possibili fra numeri naturali!

- Perché si **chiamano** **numeri interi** ? Perché indicano quantità non frazionarie (lo so, ho detto che le definizioni, in matematica, non si danno per negazione. Spero sia l'unica eccezione!).

- Che **significato** hanno i **numeri interi** (tieni presente che i numeri interi sono formati dall'unione di naturali e interi negativi)? **1)** Abbiamo detto che i numeri **naturali** indicano una quantità. Gli **interi** **negativi** indicano il fatto che siamo in presenza di quantità intere inferiori allo 0 (o, più in generale, a un valore di riferimento. Pensa alle scritte che si trovano in periodi di **saldi**. Per esempio: "-50%"), a *mancanza* di quantità (ripensa sempre agli esempi che abbiamo fatto). **2)** Abbiamo detto che i numeri **naturali** si possono pensare come costruiti a partire da 0 **aggiungendo 1**. I numeri interi **negativi** allora si potranno pensare come costruiti a partire da 0 **togliendo 1**.

- Che **proprietà** ha l'insieme dei **numeri interi** (***Z***)?

1) ***Z*** è **illimitato** e **infinito**. Credo che su questo non ci siano dubbi.

2) ***Z*** è **ordinato**. **2a)** Presi due **interi**, infatti, è sempre possibile stabilire qual è il più **grande**. **Attenzione** al **confronto** fra interi **negativi**: -7<-3 perché il numero che sta più a **destra** sulla retta dei numeri – verso di crescenza – è il numero più grande. SEMPRE!. **2b)** I numeri interi si possono rappresentare su una **retta graduata**.

3) ***Z*** è **discreto**, **3a)** Ogni numero **intero** ha il suo **consecutivo** (quello che viene dopo, verso destra, sulla retta graduata. Attenzione: il **consecutivo** di -7 è -6: il **consecutivo** di un numero intero si ottiene aggiungendo 1 a quel numero. Come era per i **naturali**!) **3b)** Questo fatto si può anche esprimere dicendo che fra due **interi** non sempre è *compreso* un **intero** (fra due **interi** **consecutivi** **non** ne **è** *compreso* mai nessuno!).

4) ***Z*** è **chiuso** rispetto a: addizione, moltiplicazione elevamento a potenza e **sottrazione.** Cioè il risultato di una di queste operazioni, se effettuate tra numeri **interi**, è sempre un numero **intero**.

Non abbiamo perciò perso nessuna proprietà e ne abbiamo guadagnata una!

---

[3] **DEF** L'**unione** di due insiemi (indicata dal simbolo: ∪) è un nuovo **insieme** che contiene gli elementi dei primi due, senza eventuali *doppioni*! Utilizzando un linguaggio meno tecnico potresti dire che l'unione di due insiemi si ottiene *mescolando* i loro elementi e levando, appunto, i *doppioni*. **ES** se $A=\{0; 1; 2; 3\}$ e $B=\{0; 1; 3; 5\}$, allora:

$$A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 5\}$$